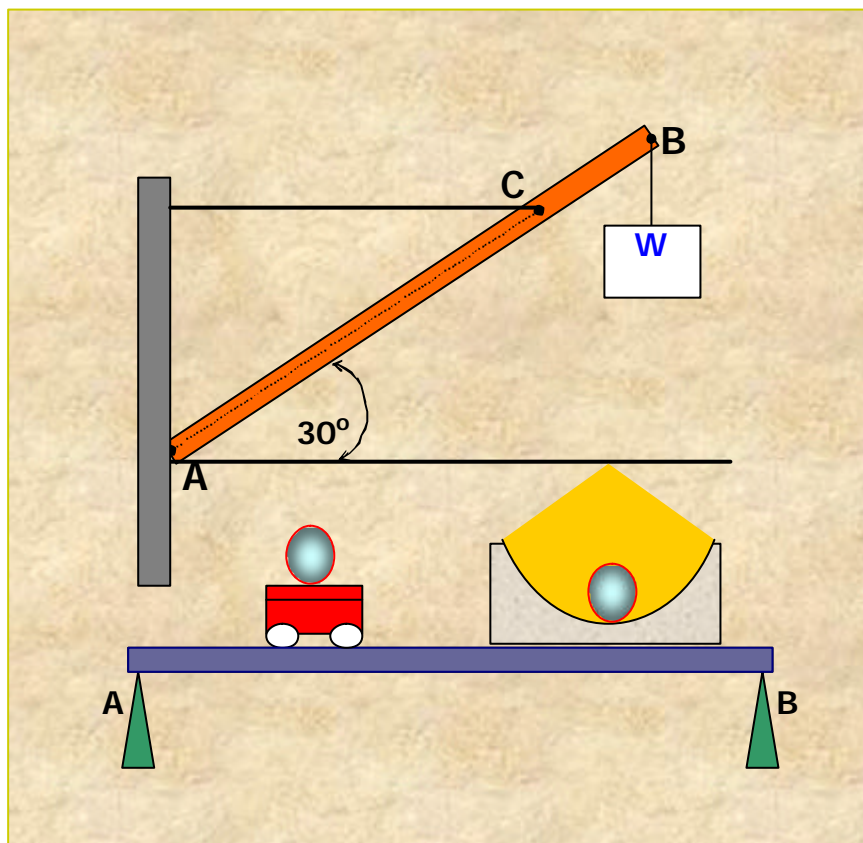


# Keseimbangan Benda Tegar



BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM  
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
2004

Kode FIS.12

# Keseimbangan Benda Tegar

**Penyusun**

*Drs. Supardiono, M.Si.*

Editor:

Dr. Budi Jatmiko, M.Pd.

Drs. Munasir, M.Si.

**BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM  
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN  
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH  
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL**

**2004**

# Kata Pengantar

---

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia dan hidayah-Nya, kami dapat menyusun bahan ajar modul manual untuk SMK Bidang Adaptif, yakni mata-pelajaran Fisika, Kimia dan Matematika. Modul yang disusun ini menggunakan pendekatan pembelajaran berdasarkan kompetensi, sebagai konsekuensi logis dari Kurikulum SMK Edisi 2004 yang menggunakan pendekatan kompetensi (*CBT: Competency Based Training*).

Sumber dan bahan ajar pokok Kurikulum SMK Edisi 2004 adalah modul, baik modul manual maupun interaktif dengan mengacu pada Standar Kompetensi Nasional (SKN) atau standarisasi pada dunia kerja dan industri. Dengan modul ini, diharapkan digunakan sebagai sumber belajar pokok oleh peserta diklat untuk mencapai kompetensi kerja standar yang diharapkan dunia kerja dan industri.

Modul ini disusun melalui beberapa tahapan proses, yakni mulai dari penyiapan materi modul, penyusunan naskah secara tertulis, kemudian disetting dengan bantuan alat-alat komputer, serta divalidasi dan diujicobakan empirik secara terbatas. Validasi dilakukan dengan teknik telaah ahli (*expert-judgment*), sementara ujicoba empirik dilakukan pada beberapa peserta diklat SMK. Harapannya, modul yang telah disusun ini merupakan bahan dan sumber belajar yang berbobot untuk membekali peserta diklat kompetensi kerja yang diharapkan. Namun demikian, karena dinamika perubahan sains dan teknologi di industri begitu cepat terjadi, maka modul ini masih akan selalu dimintakan masukan untuk bahan perbaikan atau direvisi agar supaya selalu relevan dengan kondisi lapangan.

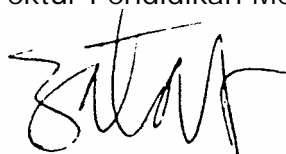
Pekerjaan berat ini dapat terselesaikan, tentu dengan banyaknya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang perlu diberikan penghargaan dan ucapan terima kasih. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini tidak

berlebihan bilamana disampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada berbagai pihak, terutama tim penyusun modul (penulis, editor, tenaga komputerisasi modul, tenaga ahli desain grafis) atas dedikasi, pengorbanan waktu, tenaga, dan pikiran untuk menyelesaikan penyusunan modul ini.

Kami mengharapkan saran dan kritik dari para pakar di bidang psikologi, praktisi dunia usaha dan industri, dan pakar akademik sebagai bahan untuk melakukan peningkatan kualitas modul. Diharapkan para pemakai berpegang pada azas keterlaksanaan, kesesuaian dan fleksibilitas, dengan mengacu pada perkembangan IPTEK pada dunia usaha dan industri dan potensi SMK dan dukungan dunia usaha industri dalam rangka membekali kompetensi yang terstandar pada peserta diklat.

Demikian, semoga modul ini dapat bermanfaat bagi kita semua, khususnya peserta diklat SMK Bidang Adaptif untuk mata-pelajaran Matematika, Fisika, Kimia, atau praktisi yang sedang mengembangkan modul pembelajaran untuk SMK.

Jakarta, Desember 2004  
a.n. Direktur Jenderal Pendidikan  
Dasar dan Menengah  
Direktur Pendidikan Menengah Kejuruan,



Dr. Ir. Gatot Hari Priowirjanto, M.Sc.  
NIP 130 675 814

# DAFTAR ISI

---

✍	Halaman Sampul .....	i
✍	Halaman Francis .....	ii
✍	Kata Pengantar .....	iii
✍	Daftar Isi .....	v
✍	Peta Kedudukan Modul .....	vii
✍	Daftar Judul Modul .....	viii
✍	Glosary .....	ix

## I. PENDAHULUAN

a.	Deskripsi .....	1
b.	Prasarat .....	1
c.	Petunjuk Penggunaan Modul .....	1
d.	Tujuan Akhir .....	2
e.	Kompetensi .....	4
f.	Cek Kemampuan .....	5

## II. PEMELAJARAN

A.	Rencana Belajar Peserta Diklat .....	8
----	--------------------------------------	---

### B. Kegiatan Belajar

1.	<b>Kegiatan Belajar</b> .....	9
a.	Tujuan Kegiatan Pemelajaran .....	9
b.	Uraian Materi .....	10
c.	Rangkuman .....	43
d.	Tugas .....	45
e.	Tes Formatif .....	50
f.	Kunci Jawaban .....	52
g.	Lembar Kerja .....	53

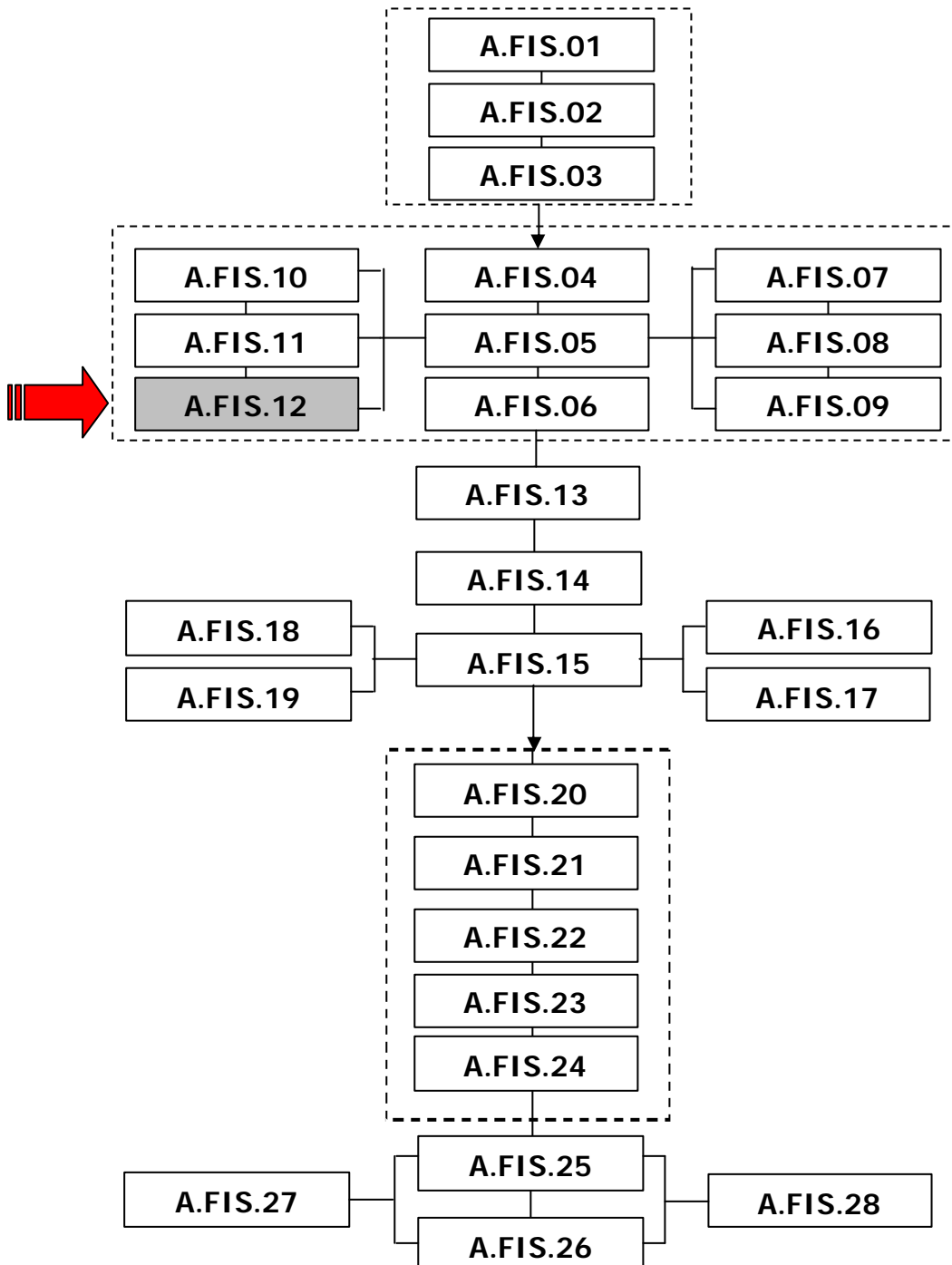
## III. EVALUASI

A.	Tes Tertulis .....	55
B.	Tes Praktik .....	57

## **KUNCI JAWABAN**

A. Tes Tertulis .....	58
B. Lembar Penilaian Tes Praktik .....	59
<b>IV. PENUTUP</b> .....	<b>63</b>
<b>DAFTAR PUSTAKA</b> .....	<b>64</b>

# Peta Kedudukan Modul



# DAFTAR JUDUL MODUL

No.	Kode Modul	Judul Modul
1	A.FIS.01	Sistem Satuan dan Pengukuran
2	A.FIS.02	Pembacaan Masalah Mekanik
3	A.FIS.03	Pembacaan Besaran Listrik
4	A.FIS.04	Pengukuran Gaya dan Tekanan
5	A.FIS.05	Gerak Lurus
6	A.FIS.06	Gerak Melingkar
7	A.FIS.07	Hukum Newton
8	A.FIS.08	Momentum dan Tumbukan
9	A.FIS.09	Usaha, Energi, dan Daya
10	A.FIS.10	Energi Kinetik dan Energi Potensial
11	A.FIS.11	Sifat Mekanik Zat
12	A.FIS.12	Rotasi dan Keseimbangan Benda Tegar
13	A.FIS.13	Fluida Statis
14	A.FIS.14	Fluida Dinamis
15	A.FIS.15	Getaran dan Gelombang
16	A.FIS.16	Suhu dan Kalor
17	A.FIS.17	Termodinamika
18	A.FIS.18	Lensa dan Cermin
19	A.FIS.19	Optik dan Aplikasinya
20	A.FIS.20	Listrik Statis
21	A.FIS.21	Listrik Dinamis
22	A.FIS.22	Arus Bolak-Balik
23	A.FIS.23	Transformator
24	A.FIS.24	Kemagnetan dan Induksi Elektromagnetik
25	A.FIS.25	Semikonduktor
26	A.FIS.26	Piranti semikonduktor (Dioda dan Transistor)
27	A.FIS.27	Radioaktif dan Sinar Katoda
28	A.FIS.28	Pengertian dan Cara Kerja Bahan



# Glossary

ISTILAH	KETERANGAN
Keseimbangan Statik	Suatu keadaan di mana benda tidak bergerak, baik rotasi maupun translasi.
Partikel	Benda yang ukurannya dapat diabaikan, sehingga dapat digambarkan sebagai suatu titik materi.
Benda tegar	Benda yang tidak berubah bentuknya bila dikenai gaya luar.
Momen (momen gaya)	Suatu besaran yang menyatakan kecenderungan suatu gaya untuk merotasi suatu benda terhadap porosnya.
Lengan momen	Panjang garis yang ditarik dari titik poros rotasi sampai memotong tegak lurus garis kerja gaya.
Kopel	Dua buah gaya sama besar, berlawanan arah, dan memiliki garis kerja yang sejajar, tetapi tidak berimpit, serta dapat menyebabkan benda berotasi dan tidak bertranslasi.
Momen kopel	Momen yang dihasilkan oleh kopel.
Titik berat	Titik yang terhadapnya gaya-gaya berat bekerja pada semua partikel benda itu sehingga menghasilkan momen resultan nol.

# BAB I. PENDAHULUAN

---

## A. Deskripsi

Dalam modul ini akan dipelajari tentang momen gaya, momen kopel, koordinat titik tangkap gaya resultan, momen inersia, momentum anguler sebagai dasar untuk mempelajari tentang dinamika rotasi dan translasi. Pokok bahasan yang utama adalah berkaitan dengan keseimbangan benda tegar. Pembahasannya diawali dengan keseimbangan partikel, yaitu benda tegar dipandang sebagai titik partikel. Kemudian dilanjutkan dengan bahasan titik berat benda tegar. Setiap materi dijelaskan dengan teori singkat dan disertai contoh soal. Sebelum mempelajari materi keseimbangan benda tegar anda harus menguasai materi dinamika translasi dan rotasi.

## B. Prasyarat

Agar dapat mempelajari modul ini anda harus telah menguasai materi dinamika translasi dan rotasi. Anda dituntut juga untuk menguasai hukum-hukum Newton tentang gerak, dapat menggambarkan gaya-gaya reaksi antara dua benda yang berinteraksi.

## C. Petunjuk Penggunaan Modul

- ? Pelajari daftar isi modul serta skema kedudukan modul dengan cermat dan teliti, karena dalam skema modul akan tampak kedudukan modul yang sedang Anda pelajari ini di antara modul-modul yang lain.
- ? Kerjakan pertanyaan dan soal dalam cek kemampuan sebelum mempelajari modul ini. Jika Anda mengalami kesulitan, pelajari materi dan contoh soal.

- ? Pahami setiap materi teori dasar yang akan menunjang penguasaan suatu pekerjaan dengan membaca secara teliti. Kerjakan evaluasi atau tugas di akhir materi sebagai sarana latihan, apabila perlu dapat anda konsultasikan pada guru.
- ? Kerjakan tes formatif dengan baik, benar dan jujur sesuai dengan kemampuan anda, setelah mempelajari modul ini.
- ? Catatlah kesulitan yang anda dapatkan dalam modul ini untuk ditanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka.
- ? Bacalah referrensi lain yang berhubungan dengan materi modul agar Anda mendapatkan pengetahuan tambahan.

#### **D. Tujuan Akhir**

Setelah mempelajari modul ini, diharapkan anda dapat:

- ✍ Menjelaskan pengertian momen gaya.
- ✍ Menjelaskan pengertian momentum sudut.
- ✍ Menjelaskan kaitan momentum sudut dengan momen gaya.
- ✍ Mengaplikasikan hukum kekekalan momentum sudut pada sistem yang berotasi.
- ✍ Mengaplikasikan hukum II Newton untuk gerak translasi dan rotasi benda tegar.
- ✍ Menjelaskan pengertian momen inersia.
- ✍ Menghitung momen gaya dari gaya-gaya yang bekerja pada suatu benda tegar.
- ✍ Menyatakan syarat yang diperlukan agar keseimbangan statis sistem partikel dapat terjadi.
- ✍ Menggunakan syarat keseimbangan statis sistem partikel untuk menyelesaikan soal-soal.
- ✍ Menyatakan syarat yang diperlukan agar keseimbangan statis sistem benda tegar dapat terjadi
- ✍ Menggunakan syarat keseimbangan statis sistem benda tegar untuk menyelesaikan soal-soal

- ✍ Menghitung gaya reaksi pada batang yang ditumpu.
- ✍ Menyatakan persamaan untuk menentukan koordinat pusat berat suatu benda.
- ✍ Menentukan koordinat pusat berat suatu benda.

## E. Kompetensi

Kompetensi : KESEIMBANGAN BENDA TEGAR  
 Program Keahlian : Program Adaptif  
 Mata Diklat-Kode : FISIKA-FIS.12  
 Durasi Pembelajaran : 15 jam @ 14 menit

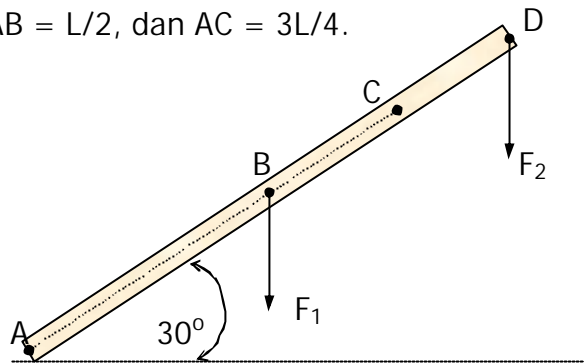
SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Menjelaskan gerak translasi, rotasi dan keseimbangan benda tegar.	? Peristiwa translasi dan rotasi benda tegar dijelaskan menggunakan hukum Newton. ? Berbagai gerak benda tegar digunakan konsep momentum anguler. ? Koordinat titik berat suatu benda ditentukan secara matematik.	? Materi kompetensi ini membahas tentang: - Momen gaya - Syarat keseimbangan.	? Teliti dalam menghitung momen gaya pada benda tegar ? Teliti dalam menghitung gaya reaksi pada batang yang ditumpu	? Pengertian momen gaya ? Momentum anguler ? Translasi dan rotasi benda tegar ? Titik pusat massa ? Keseimbangan benda tegar	? Menghitung momen gaya pada benda tegar ? Menghitung gaya reaksi pada batang yang ditumpu

## F. Cek Kemampuan

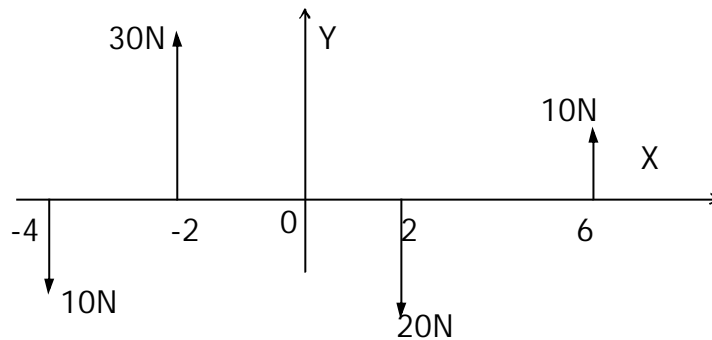
Kerjakanlah soal-soal berikut ini, jika anda dapat mengerjakan sebagian atau semua soal berikut ini, maka anda dapat meminta langsung kepada instruktur atau guru untuk mengerjakan soal-soal evaluasi untuk materi yang telah anda kuasai pada BAB III.

1. Jelaskan yang dimaksud dengan keseimbangan statik dan keseimbangan dinamik! Berikan syarat cukup untuk dua kesetimbangan tersebut.
2. Apa yang membedakan antara usaha dan momen gaya, di mana kedua besaran tersebut didefinisikan sebagai hasil kali gaya dan jarak?
3. Jika momen resultan terhadap suatu titik sama dengan nol, apakah momen resultan juga akan nol untuk titik lainnya? Beri penjelasan anda.
4. Dalam pernyataan momen gaya  $\tau = r \times F$ , apakah  $r$  sama dengan lengan momen? Jelaskan jawaban anda dan berikan definisi tentang lengan momen.
5. Apakah suatu benda dapat memiliki lebih dari satu momen inersia? Selain dari bentuk dan massa benda, informasi apa saja yang harus diberikan untuk menentukan momen inersia?
6. Sebuah piring diletakkan di atas meja putar horisontal yang dipasang pada poros vertikal tanpa gesekan. Piring mula-mula diletakkan pada bagian pinggir meja. Apa yang terjadi pada putaran meja jika piring digeser mendekati poros?
7. Apakah sebuah benda tegar dapat berada dalam keseimbangan translasi dan rotasi, tetapi tidak dalam keseimbangan statik? Berikan penjelasan anda dan contohnya.

8. Perhatikan gambar di bawah ini. Tentukan lengan momen dan momen gaya dari gaya  $F_1 = 100 \text{ N}$  dan gaya  $F_2 = 200 \text{ N}$  terhadap poros di titik A dan titik C, jika  $AD = L$ ,  $AB = L/2$ , dan  $AC = 3L/4$ .

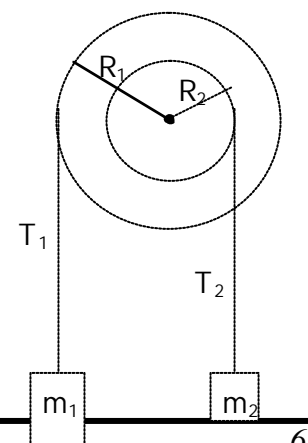


9. Tentukan letak titik tangkap resultan gaya-gaya pada sistem dalam gambar di bawah ini.



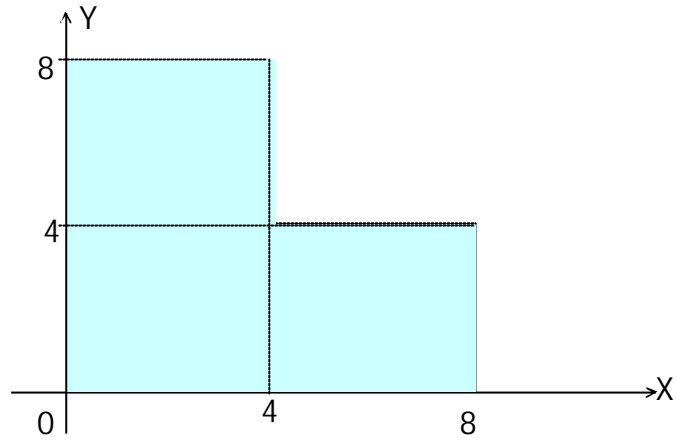
10. Seutas tali dililitkan mengelilingi sebuah silinder pejal bermassa  $M$  dan jari-jari  $R$  yang bebas berputar mengitari sumbunya. Tali ditarik dengan gaya  $F$ . Jika silinder mula-mula diam, tentukan:
- Percepatan sudut dan kecepatan sudut silinder pada saat  $t$ , nyatakan dalam variabel  $M$ ,  $R$ ,  $F$ , dan  $t$ .
  - Percepatan sudut dan kecepatan sudut silinder pada saat  $t = 3 \text{ s}$ , jika  $M = 4 \text{ kg}$ ,  $R = 8 \text{ cm}$ , dan  $F = 10 \text{ N}$ .

11. Momen inersia sistem katrol pada gambar di samping adalah  $I = 2 \text{ kg m}^2$ , sedangkan jari-jari luar  $R_1 = 40 \text{ cm}$  dan jari-jari dalam  $R_2 = 20 \text{ cm}$ . Massa beban  $m_1 = 4 \text{ kg}$  dan  $m_2 = 2 \text{ kg}$ . Jika percepatan gravitasi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ ,



tentukan: (a) percepatan sudut sistem katrol, (b) gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ .

12. Sebuah bangun berupa luasan memiliki bentuk dan ukuran seperti tampak pada gambar. Tentukan koordinat titik beratnya.







## B. Kegiatan Belajar

### 1. Kegiatan Belajar

#### a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran

Setelah mempelajari kegiatan belajar ini, diharapkan anda dapat:

- ? Menjelaskan pengertian momen gaya.
- ? Menjelaskan pengertian momentum sudut.
- ? Menjelaskan kaitan momentum sudut dengan momen gaya.
- ? Mengaplikasikan hukum kekekalan momentum sudut pada sistem yang berotasi.
- ? Mengaplikasikan hukum II Newton untuk gerak translasi dan rotasi benda tegar.
- ? Menjelaskan pengertian momen inersia.
- ? Menghitung momen gaya dari gaya-gaya yang bekerja pada suatu benda tegar.
- ? Menyatakan syarat yang diperlukan agar keseimbangan statis sistem partikel dapat terjadi.
- ? Menggunakan syarat keseimbangan statis sistem partikel untuk menyelesaikan soal-soal.
- ? Menyatakan syarat yang diperlukan agar keseimbangan statis sistem benda tegar dapat terjadi.
- ? Menggunakan syarat keseimbangan statis sistem benda tegar untuk menyelesaikan soal-soal.
- ? Menghitung gaya reaksi pada batang yang ditumpu.
- ? Menyatakan persamaan untuk menentukan koordinat pusat berat suatu benda.

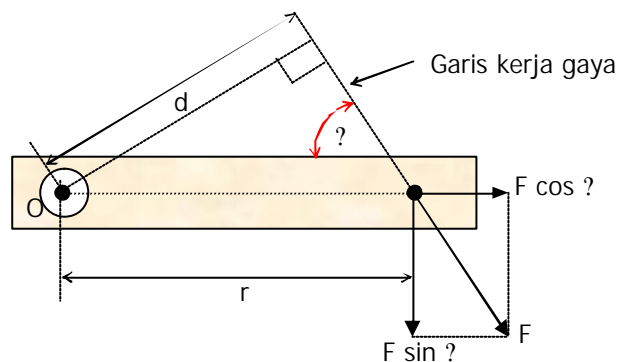
## b. Uraian Materi

### a. Momen gaya

- ☞ *Benda tegar* didefinisikan sebagai benda yang tidak berubah bentuknya bila diberi gaya luar.
- ☞ *Momen gaya (dilambangkan  $\tau$ )* didefinisikan sebagai kecenderungan suatu gaya untuk memutar suatu benda terhadap suatu sumbu.
- ☞ Besar momen gaya yang ditimbulkan oleh gaya  $F$  diberikan oleh persamaan.

$$\tau = d F$$

dengan  $d$  adalah lengan momen dari gaya  $F$ , yaitu panjang garis yang ditarik dari titik poros rotasi sampai memotong tegak lurus garis kerja gaya. Perhatikan gambar berikut:



Bayangkan sebuah batang berengsel diputar pada poros di titik  $O$  dengan gaya  $F$  yang membentuk sudut  $\theta$  terhadap arah horisontal batang. Lengan momen  $d = r \sin \theta$ , sehingga momen gaya menjadi:

$$\tau = (r \sin \theta) F \quad \text{atau} \quad \tau = r (F \sin \theta)$$

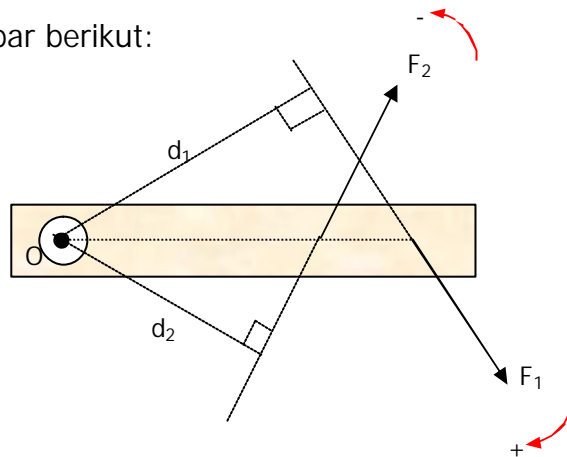
Dari persamaan ini dapat dinyatakan bahwa komponen gaya  $F$  yang cenderung menyebabkan rotasi hanyalah  $F \sin \theta$ , yaitu komponen tegak lurus terhadap  $r$ . Komponen horisontal  $F \cos \theta$

yang melewati titik poros O tidak menyebabkan gerak rotasi (mengapa?).

☞ Jika terdapat dua atau lebih gaya yang bekerja pada batang (benda tegar), maka harus diperhatikan kecenderungan arah memutar benda dari setiap gaya. Untuk menghitung momen gaya total akibat kedua atau lebih gaya perlu didefinisikan tanda dari momen gaya. Sebagai perjanjian, tanda momen gaya dapat ditetapkan sebagai berikut:

- ⊕ Momen gaya ? bertanda positif (+), jika gaya cenderung memutar benda searah putaran jarum jam.
- ⊖ Momen gaya ? bertanda negatif (-), jika gaya cenderung memutar benda berlawanan arah putaran jarum jam.

Perhatikan gambar berikut:

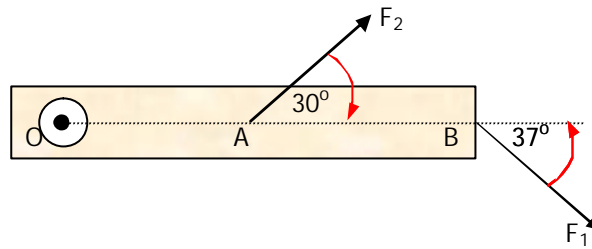


Momen gaya total terhadap poros O dari gambar di atas adalah:

$$\tau_{total} = \tau_1 - \tau_2 = d_1 F_1 - d_2 F_2$$

- ↳ Satuan momen gaya adalah satuan panjang (m) dikalikan satuan gaya (N), yaitu **m N**.
- ↳ Dari persamaan di atas dinyatakan bahwa besar momen gaya ? dinyatakan sebagai:  $\tau = r (F \sin \theta)$ , persamaan ini merupakan hasil kali silang (*cross product*) antara vektor posisi titik kerja (**r**) dengan vektor gaya (**F**), ditulis:  $\tau = \mathbf{r} \times \mathbf{F}$ .

**Contoh 1:**



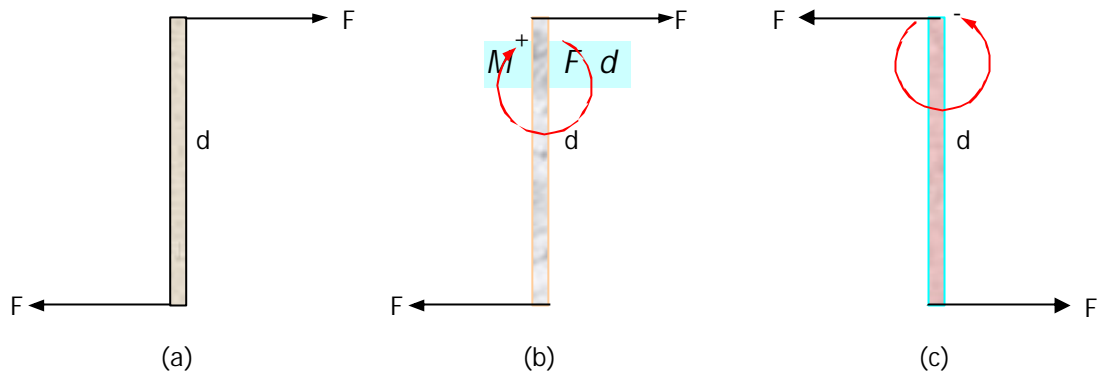
Dari gambar di atas, tentukan momen total terhadap poros O. Jarak OA 4m dan OB 8 m, gaya  $F_1 = 10$  N, dan  $F_2 = 6$  N.

**Jawab:**

- ▶ Untuk gaya  $F_1$ 
  - ✍  $r_1 = OB = 8$  m
  - ✍  $\theta_1 = 37^\circ$  ?  $\sin \theta_1 = 0,6$
  - ✍ Besar momen gaya  $\tau_1 = r_1 F_1 \sin \theta_1 = 8(10)(0,6) = 48$  mN
  - ✍ Arah momen gaya searah perputaran jarum jam.
- ▶ Untuk gaya  $F_2$ 
  - ✍  $r_2 = OA = 4$  m
  - ✍  $\theta_2 = 30^\circ$  ?  $\sin \theta_2 = 0,5$
  - ✍ Besar momen gaya  $\tau_2 = r_2 F_2 \sin \theta_2 = 4(6)(0,5) = 12$  mN
  - ✍ Arah momen gaya berlawanan arah perputaran jarum jam.
- ▶ Momen gaya total adalah  $\tau_{total} = \tau_1 - \tau_2 = 48 - 12 = 36$  mN
- ▶ Arah momen gaya total adalah searah perputaran jarum jam.

**b. Momen Kopel**

- ☞ *Kopel* adalah dua buah gaya yang sejajar, sama besar dan berlawanan arah. Kopel yang bekerja pada sebuah benda akan menghasilkan momen kopel yang mengakibatkan benda berotasi.
- ☞ *Momen kopel* (dilambangkan M) adalah perkalian antara gaya dengan jarak antara kedua gaya tersebut, dituliskan dalam persamaan:

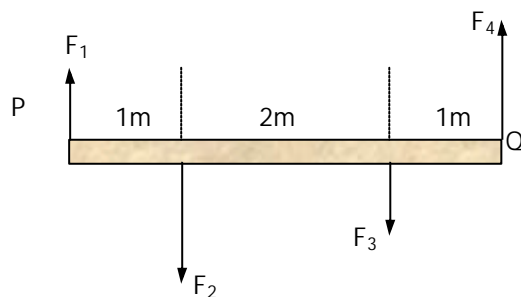


**Gambar** (a) menunjukkan sebuah kopel bekerja pada suatu benda. Untuk gambar (b) menunjukkan bahwa kopel bertanda positif jika putarannya searah dengan perputaran jarum jam, tetapi jika perputaran kopel berlawanan dengan arah perputaran jarum jam, maka kopel bertanda negatif seperti gambar (c).

☞ Jika pada sebuah benda bekerja beberapa kopel, maka resultan momen kopelnya adalah jumlah aljabar dari masing-masing momen kopelnya, yaitu

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots + M_n$$

**Contoh 2:**



Batang PQ panjangnya 4m. Pada batang tersebut bekerja empat buah gaya  $F_1 = F_3 = 5\text{N}$ , dan  $F_2 = F_4 = 8\text{N}$ , seperti tampak pada gambar di samping. Tentukan besar dan arah momen kopel pada batang PQ tersebut.

**Jawab:**

- Gaya  $F_1$  dan  $F_3$  yang berjarak  $d = 3\text{m}$  membentuk kopel yang arahnya searah perputaran jarum jam (+) dan besarnya:

$$M_1 = F \cdot d = 5(3) = 15\text{mN}$$

- ▶ Gaya  $F_2$  dan  $F_4$  yang berjarak  $d = 3\text{m}$  membentuk kopel yang arahnya berlawanan arah perputaran jarum jam (-) dan besarnya:

- ▶  $M_2 = F d = 8(3) = 24\text{ mN}$

- ▶ Resultan momen kopel adalah:

$$M = M_1 + M_2 = 15 + 24 = 9\text{ mN}$$

Tanda negatif (-), menunjukkan bahwa momen kopel resultan arahnya berlawanan dengan arah perputaran jarum jam.

### c. Koordinat Titik Tangkap Gaya Resultan

☞ Jika terdapat beberapa gaya yang bekerja pada bidang XY, maka setiap gaya tersebut dapat diuraikan atas komponen-komponennya pada sumbu-X dan sumbu-Y. Misalkan, komponen-komponen gaya pada sumbu-X adalah  $F_{1x}, F_{2x}, F_{3x}, \dots, F_{nx}$ , yang jaraknya masing-masing terhadap sumbu-X adalah  $y_1, y_2, y_3, \dots, y_n$ . Sedangkan komponen-komponen gaya pada sumbu-Y adalah  $F_{1y}, F_{2y}, F_{3y}, \dots, F_{ny}$ , yang jaraknya masing-masing terhadap sumbu-Y adalah  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ . Semua komponen gaya pada sumbu-X dapat digantikan oleh sebuah gaya resultan  $R_x$  yang jaraknya  $y_R$  dari sumbu-X, demikian juga semua komponen gaya pada sumbu-Y dapat digantikan oleh sebuah gaya resultan  $R_y$  yang jaraknya  $x_R$  dari sumbu-Y.

- ▶ Momen gaya resultan terhadap sumbu-X berlaku hubungan:

$$R_x y_R = F_{1x} y_1 + F_{2x} y_2 + F_{3x} y_3 + \dots + F_{nx} y_n$$

$$R_x y_R = F_{1x} y_1 + F_{2x} y_2 + F_{3x} y_3 + \dots + F_{nx} y_n$$

$$y_R = \frac{F_{1x} y_1 + F_{2x} y_2 + F_{3x} y_3 + \dots + F_{nx} y_n}{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx}}$$

- Demikian juga untuk momen gaya resultan terhadap sumbu-Y berlaku hubungan:

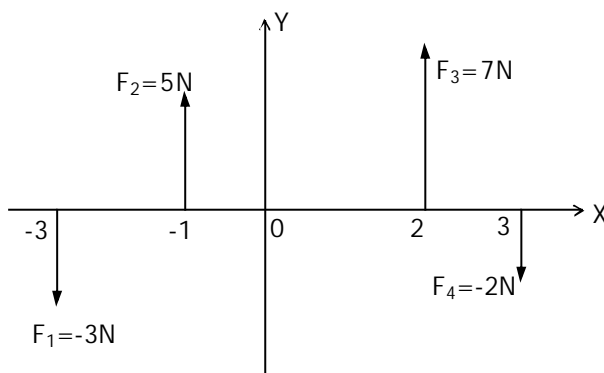
$$R_y \cdot x_R = F_{1y} \cdot x_1 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3y} \cdot x_3 + \dots + F_{ny} \cdot x_n$$

$$R_y \cdot x_R = F_{1y} \cdot x_1 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3y} \cdot x_3 + \dots + F_{ny} \cdot x_n$$

$$x_R = \frac{F_{1y} \cdot x_1 + F_{2y} \cdot x_2 + F_{3y} \cdot x_3 + \dots + F_{ny} \cdot x_n}{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny}}$$

- Jadi koordinat titik tangkap gaya resultan adalah  $(x_R, y_R)$ .
- Perjanjian tanda untuk menggunakan persamaan koordinat titik tangkap gaya resultan adalah:
  - $F_x$  bertanda +, jika arahnya ke kanan.
  - $F_y$  bertanda +, jika arahnya ke atas.
  - $x$  bertanda +, jika arahnya ke kanan dari titik acuan.
  - $y$  bertanda +, jika arahnya ke atas dari titik acuan.

**Contoh 3:**



Dari gambar di samping, tentukan besar, arah, dan letak titik tangkap resultan dari empat gaya.

**Jawab:**

- Semua gaya sejajar sumbu-Y, gaya ke atas positif dan ke bawah negatif, resultan gaya adalah:

$$R_y = F_1 + F_2 + F_3 + F_4$$

$$= -3 + 5 + 7 - 2 = 7 \text{ N (arah ke atas)}$$

- Letak titik tangkap gaya resultan adalah:

$$x_R = \frac{F_1 \cdot x_1 + F_2 \cdot x_2 + F_3 \cdot x_3 + F_4 \cdot x_4}{R_y}$$



$$x_R = \frac{(3)(3) + (5)(1) + (7)(2) + (2)(3)}{7} = \frac{13}{7} = 1,9$$

#### d. Momen Inersia

- Massa dalam gerak linier adalah ukuran kelembaman suatu benda, yaitu kecenderungan untuk tidak mengalami perubahan gerak. Untuk gerak rotasi, kecenderungan untuk tidak mengalami perubahan gerak, selain ditentukan oleh massa, juga dipengaruhi oleh distribusi massa terhadap sumbu putar yang disebut *momen inersia*.
- Momen inersia dari sebuah partikel bermassa  $m$  terhadap poros yang terletak sejauh  $r$  dari massa partikel didefinisikan sebagai hasil kali massa partikel tersebut terhadap kuadrat jarak dari titik poros, ditulis:

$$I = m r^2$$

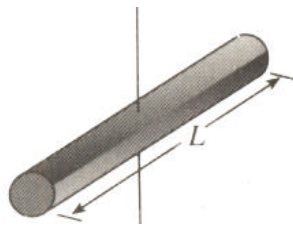
Jika terdapat banyak partikel masing-masing  $m_1, m_2, m_3, \dots$ , dan mempunyai jarak  $r_1, r_2, r_3, \dots$ , terhadap poros, maka momen inersia total adalah penjumlahan momen inersia setiap partikel, yaitu:

$$I = \sum_i m_i r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$$

- *Momen inersia benda tegar.*
  - ⊕ Untuk benda tegar yang memiliki massa berbagai partikel (titik materi), momen inersia diperoleh dengan cara menjumlahkannya momen inersia setiap partikel.
  - ⊕ Untuk benda tegar yang memiliki massa yang terdistribusi kontinu, momen inersia diperoleh dengan cara mengintegalkan momen inersia dari elemen massa  $dm$  yang berjarak  $r$  dari poros, yaitu:

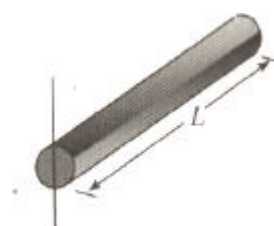
$$I = \int r^2 dm$$

Hasil perhitungan momen inersia dari berbagai bentuk benda tegar dapat dilihat pada gambar berikut:



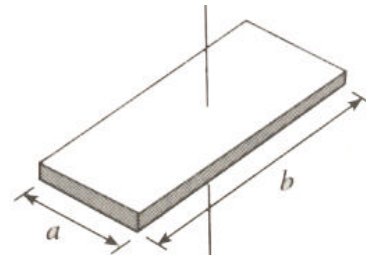
$$I = \frac{1}{12} M L^2$$

(a) Batang silinder, poros melalui pusat



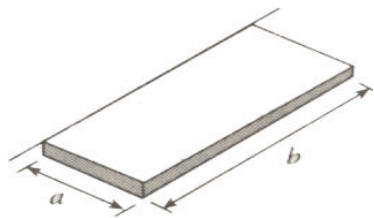
$$I = \frac{1}{3} M L^2$$

(b) Batang silinder, poros melalui ujung



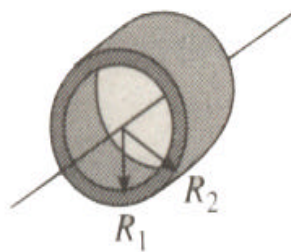
$$I = \frac{1}{2} M (a^2 + b^2)$$

(c) pelat segiempat, poros melalui pusat



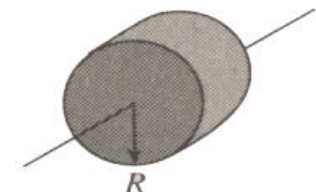
$$I = \frac{1}{3} M a$$

(d) pelat segiempat tipis, poros sepanjang tepi



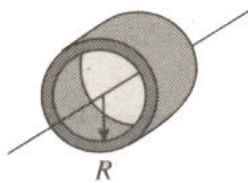
$$I = \frac{1}{2} M (R_1^2 + R_2^2)$$

(e) Silinder berongga



$$I = \frac{1}{2} M R^2$$

(f) Silinder pejal



$$I = M R^2$$

(g) Silinder tipis berongga



$$I = \frac{2}{3} M R^2$$

(h) bola pejal



$$I = \frac{2}{3} M R^2$$

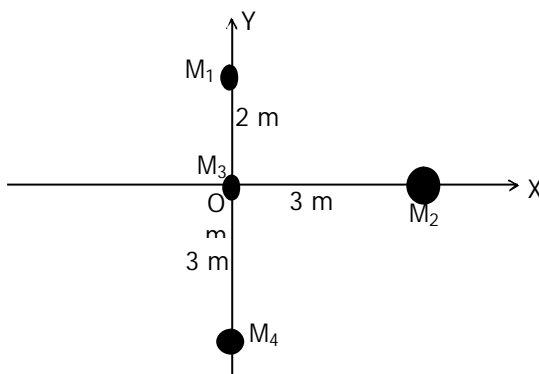
(i) bola tipis berongga

- Jika momen inersia benda terhadap pusat massa ( $I_o$ ) diketahui, maka momen inersia benda terhadap sebarang sumbu yang sejajar dengan sumbu pusat massa dapat ditentukan dengan persamaan:

$$I = I_o + m d^2$$

dengan  $d$  adalah jarak sumbu sejajar (yang baru) terhadap sumbu pusat massa, dan  $m$  adalah massa benda total.

**Contoh 4:**



Empat buah benda disusun pada rangka pada sumbu koordinat XY seperti tampak pada gambar di samping.  $M_1 = M_3 = 1 \text{ kg}$ ,  $M_2 = 3 \text{ kg}$ , dan  $M_4 = 2 \text{ kg}$ . Tentukan momen inersia sistem jika sumbu putarnya adalah (a) sumbu Y, (b) sumbu yang tegak lurus bidang XY melalui titik O.

**Jawab:**

- (a) Jika sumbu-Y sebagai sumbu putar (poros), maka dari data soal dapat disimpulkan bahwa  $r_1 = r_3 = r_4 = 0$ , dan  $r_2 = 3 \text{ m}$ , sehingga:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 = (1)(0) + (3)(3^2) + (1)(0) + (2)(0)$$

$$I = 27 \text{ kgm}^2$$

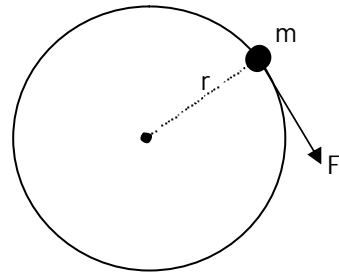
- (b) Jika sumbu putar tegak lurus bidang XY dan melalui titik O, maka diperoleh data-data:  $r_1 = 2 \text{ m}$ ,  $r_3 = 0$ ,  $r_4 = 3 \text{ m}$ , dan  $r_2 = 3 \text{ m}$ , sehingga:

$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + m_4 r_4^2 = (1)(2^2) + (3)(3^2) + (1)(0) + (2)(3^2)$$

$$I = 49 \text{ kgm}^2$$

- Kaitan momen gaya dengan percepatan sudut. Perhatikan gaya tangensial  $F$  bekerja pada sebuah partikel bermassa  $m$ , sehingga

bergerak melingkar dengan jari-jari  $r$  dan menimbulkan percepatan tangensial  $a_T$ , seperti tampak pada gambar di bawah ini.



Hukum II Newton dapat ditulis:

$$F = m a_T$$

Karena percepatan tangensial  $a_T = r \alpha$ , maka  $F = m r \alpha$ , sehingga momen gaya dapat ditulis:

$\tau = r F = r m r \alpha = (m r^2) \alpha = I \alpha$ , dengan  $I = m r^2$ , yaitu momen inersia partikel  $m$  terhadap poros berjarak  $r$ .

### **Contoh 5:**

Sebuah batu gerinda berbentuk silinder pejal berjari-jari 12 cm dan bermassa 1 kg diputar dengan kelajuan 100 rad/s. Batu gerinda digunakan untuk mengasah pisau pahat. Pada saat motor dipadamkan pisau ditekankan ke batu gerinda dan setelah 10 detik batu gerinda berhenti berputar. Tentukan gaya tangensial yang bekerja pada batu gerinda tersebut.

### **Jawab:**

- ✍ Jari-jari  $r = 12 \text{ cm} = 0,12 \text{ m}$
- ✍ Massa  $m = 1 \text{ kg}$
- ✍ Kecepatan sudut awal  $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$
- ✍ Saat pisau ditekankan terjadi gaya gesek  $F$  sebagai gaya tangensial dan menghasilkan momen gaya  $\tau$  yang memberikan perlambatan sudut  $\alpha$  sampai batu gerinda berhenti  $\omega = 0$  selama  $t = 10 \text{ s}$ .

✍ Perlambatan sudut dihitung dengan persamaan:

$$\omega_o - \omega = \alpha t \quad \text{atau} \quad \alpha = \frac{\omega_o - \omega}{t} = \frac{0 - 100}{10} = -10 \text{ rad/s}^2$$

(tanda -, menunjukkan *perlambatan*).

✍ Momen inersia batu gerinda berbentuk silinder pejal adalah:

$$I = \frac{1}{2} m r^2 = \frac{1}{2} (1 \text{ kg})(0,12 \text{ m})^2 = 7,2 \cdot 10^{-3} \text{ kgm}^2$$

✍ Momen gaya:  $\tau = I \alpha = 7,2 \cdot 10^{-3} (-10) = -7,2 \cdot 10^{-2} \text{ mN}$

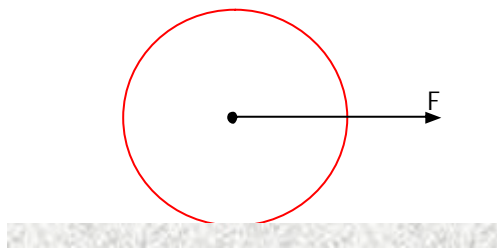
(tanda -, menunjukkan arah *berlawanan* dengan arah putaran batu gerinda).

✍ Gaya gesek merupakan gaya tangensial yang dihasilkan oleh  $\tau$  pada jarak  $r$  dari poros, sehingga:

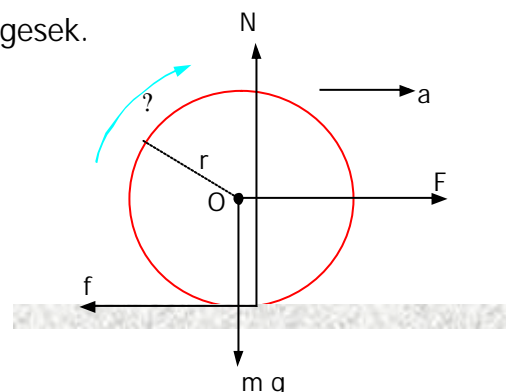
$$\tau = r F \quad \text{atau} \quad F = \frac{\tau}{r} = \frac{7,2 \cdot 10^{-2}}{0,12} = 0,6 \text{ N}$$

Jadi gaya tangensial yang bekerja pada batu gerinda adalah  $F = 0,6 \text{ N}$  dengan arah berlawanan dengan arah gerak gerinda.

### Contoh 6:



Sebuah silinder pejal bermassa 4 kg dan jari-jari 10 cm berada di atas bidang mendatar kasar. Silinder ditarik dengan gaya mendatar  $F = 60 \text{ N}$  pada sumbunya, sehingga bergerak menggelinding. Tentukan: (a) percepatan linier, (b) percepatan angular (sudut), dan (c) gaya gesek.



### **Jawab:**

- ✍ Massa  $m = 4 \text{ kg}$
- ✍ Jari-jari  $r = 10 \text{ cm} = 0,1 \text{ m}$
- ✍ Gaya  $F = 60 \text{ N}$

☞ Silinder pejal menggelinding, sehingga digunakan prinsip-prinsip gerak translasi dan rotasi bersama-sama.

☞ Momen gaya total:

$\tau = f r$  (gaya  $F$  tak menimbulkan momen gaya, mengapa?).

Oleh karena percepatan sudut  $\alpha = \frac{a}{r}$ , dan momen inersia silinder

pejal  $I = \frac{1}{2} m r^2$ , maka diperoleh:

$$\frac{1}{2} m r^2 \frac{a}{r} = f r \quad \text{atau} \quad f = \frac{1}{2} m a$$

☞ Persamaan gerak translasi:

$F - f = m a$  (tanda  $-$ , menyatakan arah gaya gesek berlawanan dengan arah gerak translasi)

$$F - \frac{1}{2} m a = m a \quad \Rightarrow \quad F = \frac{3}{2} m a$$

$$a = \frac{2F}{3m} = \frac{2(60)}{3(4)} = 10 \text{ m/s}^2$$

Jadi percepatan linier benda adalah  $10 \text{ m/s}^2$ .

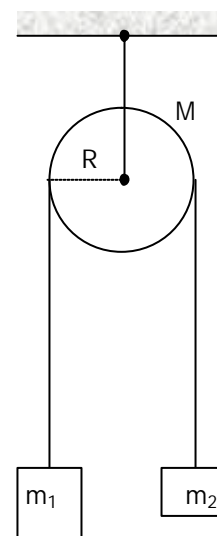
☞ Percepatan sudut:  $\alpha = \frac{a}{r} = \frac{10}{0,1} = 100 \text{ rad/s}^2$

☞ Gaya gesek:  $f = \frac{1}{2} m a = \frac{1}{2}(4)(10) = 20 \text{ N}$

### **Contoh 7:**

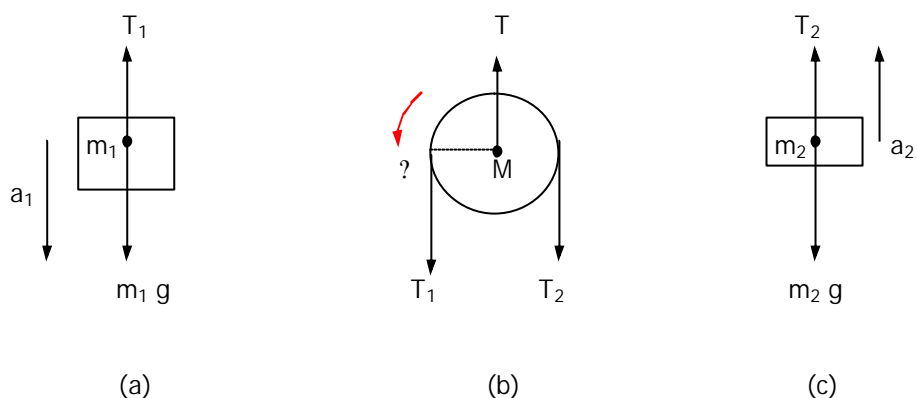
Seutas tali dililitkan pada sebuah katrol berbentuk silinder pejal bermassa  $M = 2 \text{ kg}$  dan jari-jari  $R = 20 \text{ cm}$ . Pada ujung-ujung tali diberi beban yang massanya masing-masing  $m_1 = 4 \text{ kg}$  dan  $m_2 = 3 \text{ kg}$ . Jika massa tali diabaikan, tentukan:

- percepatan linier masing-masing benda
- percepatan angular katrol
- gaya tegang tali pada  $m_1$  dan  $m_2$ .



**Jawab:**

- ✍ massa katrol  $M = 2 \text{ kg}$
- ✍ massa beban  $m_1 = 4 \text{ kg}$
- ✍ massa beban  $m_2 = 3 \text{ kg}$
- ✍ jari-jari katrol  $R = 20 \text{ cm} = 0,2 \text{ m}$
- ✍ Kita gambarkan diagram gaya untuk benda  $m_1$ ,  $m_2$ , dan katrol seperti gambar di bawah ini. Gambar (a) untuk  $m_1$ , gambar (b) untuk  $m_2$ , dan gambar (c) untuk katrol.



Karena massa  $m_1 > m_2$ , maka  $m_1$  akan bergerak linier ke bawah dan  $m_2$  ke atas, serta katrol berotasi ke kiri, (*mengapa?*).

Kita gunakan hukum II Newton untuk gerak translasi  $m_1$  dan  $m_2$ , serta gerak rotasi untuk katrol.

**Ingat !:** arah gaya atau momen gaya positif (+), bila searah dengan arah gerak benda.

? Gerak translasi  $m_1$  dan  $m_2$  sesuai dengan gambar (a) dan (b) adalah:

? Untuk  $m_1$ :

$$? F = m_1 a_1$$

$$m_1 g - T_1 = m_1 a_1$$

? Untuk  $m_2$ :

$$? F = m_2 a_2$$

$$T_2 - m_2 g = m_2 a_2$$

? Karena sistem  $m_1$  dan  $m_2$  bergerak bersama dalam waktu sama menempuh jarak sama pula (tali tak berubah panjangnya), maka berlaku:  $a_1 = a_2 = a$ , sehingga diperoleh

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \quad (*) \quad \text{dan} \quad T_2 - m_2 g = m_2 a \quad (**)$$

Jumlahkan persamaan (\*) dengan persamaan (\*\*), diperoleh:

$$T_2 - T_1 = (m_1 + m_2) a = (m_1 + m_2) g \quad (***)$$

? Gerak rotasi katrol. Hukum II Newton untuk gerak rotasi katrol berdasarkan gambar (b), memberikan:

$\sum \tau = I \alpha$   $T_1 R - T_2 R = I \alpha$  (tanda -, menunjukkan momen gaya ( $T_2 R$ ) berlawanan dengan arah rotasi katrol (+)).

Katrol berbentuk silinder pejal dengan momen inersia  $I = \frac{1}{2} M R^2$

dan  $\alpha = a / R$ , sehingga persamaan menjadi:

$$(T_1 - T_2) R = \frac{1}{2} M R^2 (a / R) \Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} M a$$

$$\Rightarrow (T_1 - T_2) = \frac{1}{2} M a \quad (***)$$

Sisipkan persamaan (\*\*\*) ke persamaan (\*\*\*) diperoleh:

$$\frac{1}{2} M a = (m_1 + m_2) a - (m_1 + m_2) g$$

$$\Rightarrow (m_1 + m_2) g - (m_1 + m_2) a = \frac{1}{2} M a$$

$$\Rightarrow a = \frac{(m_1 + m_2) g}{(m_1 + m_2 + \frac{1}{2} M)} = a = \frac{(4 + 3) 10}{(4 + 3 + \frac{1}{2} 2)} = \frac{10}{8} = 1,25 \text{ m/s}^2$$

(a) Jadi percepatan linier benda  $m_1$ ,  $m_2$ , dan katrol M adalah sama, yaitu  $1,25 \text{ m/s}^2$

(b) Percepatan anguler katrol dihitung dengan  $\alpha = \frac{a}{R}$

$$\alpha = \frac{1,25}{0,2} = 6,25 \text{ rad/s}^2$$

(c) Gaya tegang tali:

? Untuk  $T_1$ , gunakan persamaan (\*)

$$m_1 g - T_1 = m_1 a \Rightarrow (4)(10) - T_1 = (4)(1,25) \Rightarrow$$

$$T_1 = 35 \text{ N}$$



? Untuk  $T_2$ , gunakan persamaan \*\*)

$$T_2 = (3)(10) = (3)(1,25) \quad T_2 = 33,75 \text{ N}$$

e. **Momentum Anguler**

➤ Jika pada gerak linier kita mengenal momentum linier ( $p$ ), maka pada gerak rotasi kita mengenal momentum sudut ( $L$ ). Dalam gerak rotasi momen inersia ( $I$ ) merupakan analogi dari massa ( $m$ ) dan kecepatan sudut ( $\omega$ ) merupakan analogi dari kecepatan linier ( $v$ ), maka momentum sudut dapat ditulis dalam persamaan:

$$L = I \omega$$

➤ Seperti momentum linier, momentum sudut juga merupakan besaran vektor. Arah momentum sudut  $L$  dari suatu benda yang berputar diberikan oleh aturan tangan kanan, yaitu: *putar keempat jari yang dirapatkan sesuai dengan arah gerak rotasi, maka arah **tunjuk jempol** menyatakan arah vektor momentum sudut.*

➤ Jika lengan momen terhadap poros adalah  $r$  dan kecepatan linier  $v$  diberikan, maka momen inersia  $I = m r^2$  dan kecepatan sudut  $\omega = v / r$  dapat dihitung, sehingga momentum sudut dapat dihitung dengan persamaan:

$$L = I \omega = (m r^2)(v / r) = m r v$$

➤ Hubungan momentum sudut dengan momen gaya. Gaya  $F$  merupakan kecepatan perubahan momentum, sehingga dapat ditulis:

$$F = \frac{dp}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = \frac{d(m r \omega)}{dt}, \text{ karena } v = r \omega, \text{ dan jika kedua}$$

ruas dikalikan  $r$  diperoleh:

$$r F = \frac{d(m r^2 \omega)}{dt} = \frac{d(L)}{dt} \quad \omega = \frac{dL}{dt}$$

Jadi momen gaya ( $\tau$ ) adalah turunan dari fungsi momentum sudut terhadap waktu.

➤ Hukum kekekalan momentum sudut.

Jika tidak ada resultan momen gaya luar yang bekerja pada sistem ( $\tau = 0$ ), maka momentum sudut sistem adalah kekal

(tetap besarnya), sehingga:  $\tau = \frac{dL}{dt} = 0 \Rightarrow dL = 0$  atau  $L =$

tetap (kekal). Karena  $L = I\omega$ , maka hukum kekekalan momentum sudut dapat ditulis:

$$L_2 = L_1 \text{ atau } I_2 \omega_2 = I_1 \omega_1$$

### **Contoh 8:**

Seorang pesenam es berputar dengan kedua tangannya merapat ke tubuhnya dengan kelajuan 2 rad/s. Untuk menghambat kelajuannya pesenam merentangkan kedua tangannya. Jika momen inersia saat tangannya terentang adalah 5 kg m<sup>2</sup> dan saat merapat adalah 2,5 kg m<sup>2</sup>, maka tentukan kelajuan pesenam saat tangannya terentang.

### **Jawab:**

? Keadaan pertama saat kedua tangan merapat.

$$\omega_1 = 2 \text{ rad/s, dan } I_1 = 2,5 \text{ kg m}^2$$

? Keadaan kedua saat kedua tangan terentang.

$$\omega_2 = ?, \text{ dan } I_2 = 5 \text{ kg m}^2$$

? Hukum kekekalan momentum sudut berlaku:

$$I_2 \omega_2 = I_1 \omega_1 \Rightarrow \omega_2 = \frac{I_1 \omega_1}{I_2} = \frac{(2,5)(2)}{5} = 1 \text{ rad/s}$$

Jadi kelajuan sudut saat tangannya terentang adalah 1 rad/s.

f. **Keseimbangan Partikel**

- ✍ Partikel adalah benda yang ukurannya dapat diabaikan, sehingga dapat digambarkan sebagai suatu titik materi. Jika gaya yang bekerja pada titik materi tersebut (partikel) tak seimbang, maka benda hanya bergerak translasi dan tak mengalami gerak rotasi.
- ✍ Syarat keseimbangan statik untuk benda yang dianggap sebagai partikel adalah resultan gaya yang bekerja pada benda tersebut sama dengan nol dan benda dalam keadaan diam.

$$\sum F = 0$$

Jika benda dalam keadaan bergerak dan  $\sum F \neq 0$ , maka benda dikatakan seimbang dinamik.

- ✍ Jika partikel terletak pada bidang XY dan gaya-gaya yang bekerja diuraikan pada sumbu X dan Y, maka syarat keseimbangan statiknya adalah:

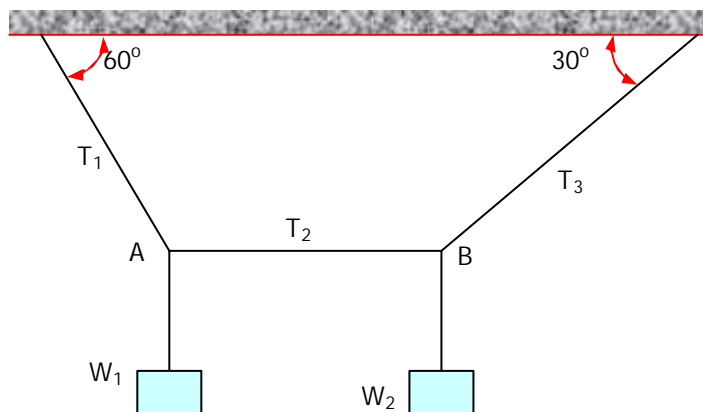
$$\sum F_x = 0 \text{ dan } \sum F_y = 0$$

dengan

$\sum F_x$  = resultan gaya pada komponen sumbu X

$\sum F_y$  = resultan gaya pada komponen sumbu Y

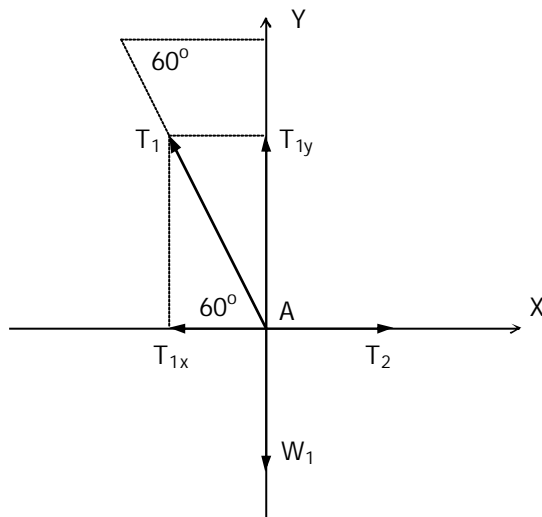
**Contoh 9:**



Sistem pada gambar di atas dalam keadaan seimbang statik. Jika beban  $W_1$  beratnya 300 N, tentukan  $W_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ , dan  $T_3$ .

**Jawab:**

- ? Keseimbangan partikel dalam soal ini berkaitan dengan titik perpotongan gaya-gaya. Titik perpotongan gaya dalam soal adalah pada titik A dan B. Data yang diketahui adalah  $W_1 = 300$  N yang berkaitan dengan titik A, maka kita tinjau dahulu keseimbangan partikel di titik A.
- ? Gambar gaya-gaya dan uraian gaya pada titik A sebagai pusat sumbu koordinat.



Komponen gaya  $T_1$ :

$$T_{1x} = T_1 \cos 60^\circ = T_1 \left(\frac{1}{2}\right) \text{ dan}$$

$$T_{1y} = T_1 \sin 60^\circ = T_1 \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \dots^*)$$

► Syarat keseimbangan:

$$\sum F_x = 0 \quad \sum T_2 = T_{1x} = 0$$

$$T_2 = T_{1x} = T_2 = T_1 \left(\frac{1}{2}\right) \dots^{**})$$

dan

$$\sum F_y = 0 \quad T_{1y} = W_1 = 0$$

$$T_{1y} = W_1 \quad T_{1y} = 300 \text{ N} \dots^{***})$$

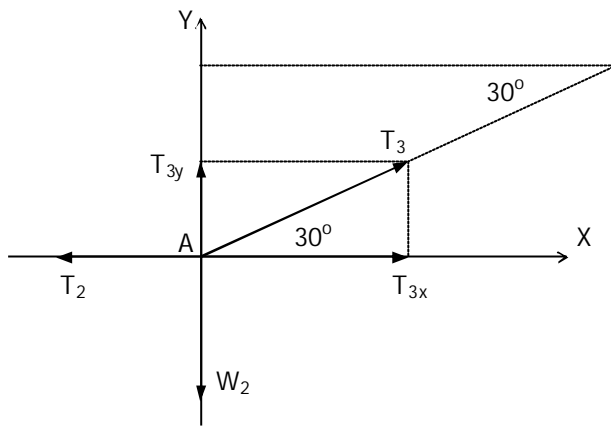
Sisipkan persamaan \*) ke persamaan \*\*), diperoleh:

$$T_1 \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 300 \quad T_1 = 200\sqrt{3} \text{ N} \dots^{****})$$

Sisipkan persamaan \*\*\*\*) ke persamaan \*\*), diperoleh:

$$T_2 = 200\sqrt{3} \left(\frac{1}{2}\right) = 100\sqrt{3} \text{ N}$$

? Gambar gaya-gaya dan uraian gaya pada titik B sebagai pusat sumbu koordinat:



? Komponen gaya  $T_3$ :

$$T_{3x} = T_3 \cos 30^\circ = T_3 \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

dan

$$T_{3y} = T_3 \sin 30^\circ = T_3 \left(\frac{1}{2}\right)$$

? Syarat keseimbangan:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T_{3x} - T_2 = 0$$

$$T_{3x} = T_2$$

$$T_3 \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 100\sqrt{3}$$

$$T_3 = 200 \text{ N}$$

$$\text{dan } \sum F_y = 0 \Rightarrow T_{3y} - W_2 = 0 \Rightarrow T_3 \left(\frac{1}{2}\right) - W_2 = 0$$

$$\text{jadi } W_2 = 100 \text{ N}$$

### g. Keseimbangan Benda Tegar

✍ Benda tegar berbeda dengan partikel, selain mengalami gerak translasi benda tegar juga mengalami gerak rotasi. Oleh karena itu benda tegar dalam keadaan seimbang harus memenuhi dua syarat, yaitu syarat keseimbangan translasi dan syarat keseimbangan rotasi.

✍ Syarat keseimbangan translasi.

$\sum F = 0$ , dalam bidang XY, syarat keseimbangannya adalah:

$$\sum F_x = 0 \quad \text{dan} \quad \sum F_y = 0$$

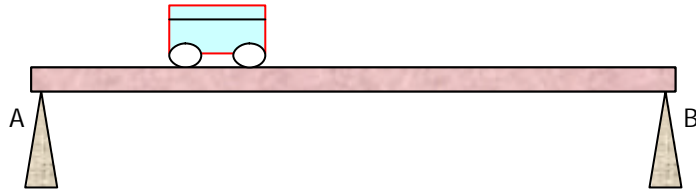
✍ Syarat keseimbangan rotasi.

$$\sum \tau = 0$$

✍ Ada dua macam keseimbangan, yaitu keseimbangan statik dan keseimbangan dinamik.

- ✍ Benda dalam keadaan seimbang statik, jika benda diam dan seimbang.
- ✍ Benda dalam keadaan seimbang dinamik, jika benda bergerak dengan percepatan linier  $a = 0$ , dan percepatan sudut  $\alpha = 0$ . Jadi benda dalam keadaan bergerak lurus beraturan atau bergerak melingkar beraturan.
- ✍ Langkah-langkah untuk menyelesaikan soal-soal keseimbangan statik benda tegar.
  - ✍ Gambar sketsa soal berdasarkan data-data yang diberikan pada soal.
  - ✍ Tentukan benda tegar yang akan ditinjau. Gambar gaya-gaya yang hanya bekerja pada benda tegar tersebut dan berikan nama (lambang) setiap gaya.
  - ✍ Tentukan sumbu-X dan sumbu-Y sebagai sumbu koordinat, kemudian uraikan gaya-gaya menurut arah sumbu-X dan sumbu-Y.  
Gunakan syarat keseimbangan translasi benda tegar, yaitu  $\sum F_x = 0$  dan  $\sum F_y = 0$ .
  - ✍ Pilihlah suatu titik sembarang sebagai poros sedemikian sehingga memudahkan untuk menghitung gaya-gaya yang ditanyakan dalam soal. Sebagai poros pilihlah titik di mana pada titik tersebut tidak bekerja gaya yang ditanyakan, tetapi pada titik tersebut paling banyak bekerja gaya yang tak diketahui, sehingga momen gayanya sama dengan nol.
  - ✍ Gunakan syarat keseimbangan rotasi benda tegar, yaitu  $\sum \tau = 0$ .

**Contoh 10:**

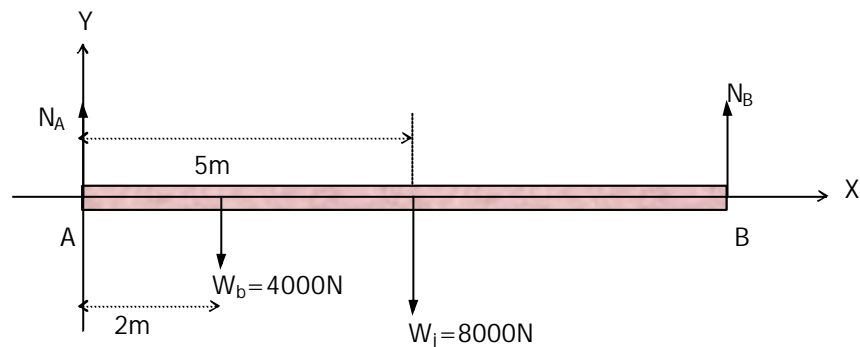


Sebuah jembatan homogen beratnya 8000 N dan panjangnya 10m ditopang oleh dua penumpu A dan B pada kedua ujungnya, tampak seperti gambar di atas. Sebuah bus beratnya 4000 N mogok di atas jembatan pada jarak 2 m dari penumpu A. Jika sistem dalam keadaan seimbang statik, tentukan:

- (a) Gaya reaksi pada penumpu A dan B
- (b) Besar dan letak gaya resultan yang bekerja pada jembatan dari titik A.

**Jawab:**

- ✍ Gambar sketsa dan gaya yang bekerja pada jembatan.
- ✍ Letak titik tangkap gaya berat jembatan ada di tengah-tengah jembatan (sama dengan 5 m dari titik A).
- ✍ Letak titik tangkap gaya berat bus adalah 2 m dari titik A.
- ✍ Gaya reaksi penumpu arahnya ke atas (sebagai gaya normal).



- ✍ Syarat seimbang translasi. Karena hanya ada gaya vertikal (searah sumbu Y), maka hanya ada satu syarat, yaitu:

$$\sum F_y = 0?$$

$$N_A + N_B - 4000 - 8000 = 0 \quad N_A + N_B = 12000 \dots\dots\dots *)$$

✍ Syarat seimbang rotasi dengan titik A sebagai poros.

$$\sum \tau = 0 \quad W_B (2) - W_j (5) + N_B (10) = 0$$

$$4000 (2) - 8000 (5) + N_B (10) = 0 \quad N_B = 4800 \text{ N} \dots **)$$

✍ Sisipkan persamaan \*\*) ke persamaan \*), sehingga:

$$N_A + 4800 = 12000 \quad N_A = 7200 \text{ N}$$

a) Jadi gaya reaksi di titik A (gaya normal di titik A) adalah 7200 N dan di titik B adalah 4800 N.

b) Gaya resultan:

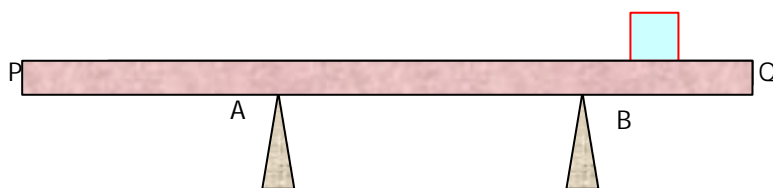
$$F_R = W_b + W_j = 4000 + 8000 = 12000 \text{ N}$$

✍ Letak gaya resultan dihitung dengan persamaan: (ingat dalam soal ini hanya ada dua gaya berat, yaitu  $W_b$  dan  $W_j$ ).

$$x_R = \frac{W_b x_b + W_j x_j}{W_b + W_j} = \frac{4000 (2) + 8000 (5)}{12000} = 4 \text{ m}$$

✍ Jadi letak titik tangkap gaya resultan dari sistem di atas adalah 4 m dari titik A.

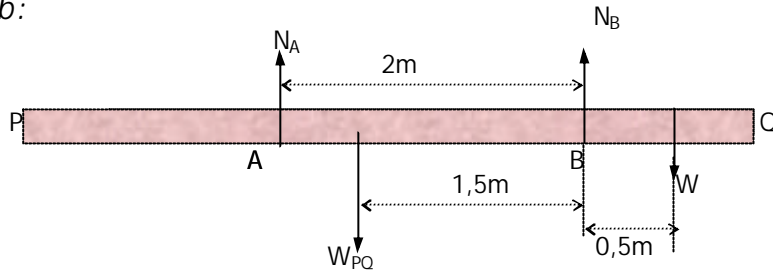
**Contoh 11:**



Batang PQ homogen beratnya 200 N panjang 5 m ditumpu pada titik A berjarak 2 m dari P dan di titik B berjarak 1 m dari Q. Pada jarak 0,5 m dari titik Q diberikan beban yang beratnya W. Tentukan berat beban W maksimum sebelum batang PQ tepat terangkat dari penumpu di titik A.



Jawab:



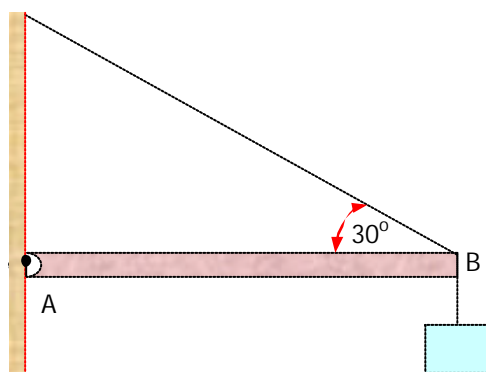
- ✍ Karena  $PQ = 5\text{m}$ ,  $PA = 2\text{m}$  dan  $BQ = 1\text{m}$ , maka jarak  $BA = 2\text{m}$
- ✍ Letak titik berat ada di tengah-tengah, maka jarak titik berat dari titik B adalah  $1,5\text{m}$
- ✍ Letak titik berat beban  $W$  adalah  $0,5\text{m}$  dari titik B.
- ✍ Batang  $PQ$  tepat akan terangkat di titik A, maka  $N_A = 0$  (mengapa?)
- ✍ Untuk menentukan berat beban  $W$  cukup kita gunakan syarat keseimbangan rotasi dengan poros di titik B, sehingga gaya  $N_B$  tak memberikan momen terhadap titik B, karena garis kerjanya melalui B.  

$$0 - W(0,5) + W_{PQ}(1,5) = 0 \Rightarrow W(0,5) = 200(1,5)$$

$$\Rightarrow W = 600\text{N}$$

Jadi berat beban maksimum adalah  $600\text{ N}$ .

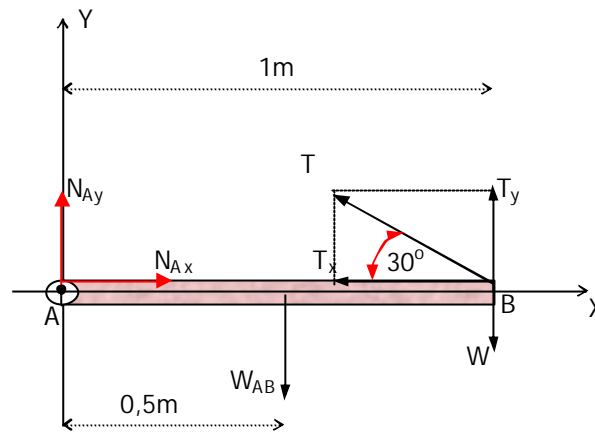
**Contoh 12:**



Batang homogen  $AB$  beratnya  $20\text{N}$  panjang  $1\text{ m}$  dalam keadaan seimbang, seperti gambar di samping. Di titik A berengsel dan di titik B batang diikat dengan tali yang massanya diabaikan serta diberi beban  $10\text{ N}$ .

Tentukan: (a) besar gaya tegang tali, (b) besar dan arah gaya reaksi pada engsel di titik A.

**Jawab:**



✍ Komponen gaya tegang tali,

$$T_y = T \sin 30^\circ = T \left(\frac{1}{2}\right), \text{ dan } T_x = T \cos 30^\circ = T \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right)$$

✍ Berat batang AB,  $W_{AB} = 20 \text{ N}$  yang letak titik tangkapnya di tengah-tengah, dan berat beban  $W = 10 \text{ N}$ .

✍ Syarat seimbang translasi:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow N_{Ax} - T_x = 0 \Rightarrow N_{Ax} = T_x = T \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) \dots^*)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_{Ay} - T_y - W_{AB} - W = 0$$

$$\Rightarrow N_{Ay} - T - 20 - 10 = 0 \Rightarrow N_{Ay} = T + 30 \dots^{**})$$

✍ Syarat seimbang rotasi:

Karena  $N_{Ax}$  dan  $N_{Ay}$  belum diketahui nilainya, maka untuk menentukan nilai gaya tegang tali  $T$  digunakan titik A sebagai poros, sehingga  $N_{Ax}$ ,  $N_{Ay}$  dan  $T_x$  tak menyebabkan momen gaya, karena garis kerja ketiga gaya tersebut melalui titik A.

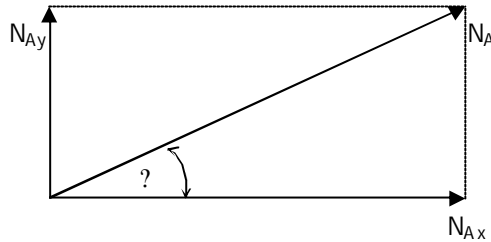
$$\sum \tau = 0 \Rightarrow W_{AB}(0,5) + W(1) - T_y(1) = 0$$

$$\Rightarrow 20(0,5) + 10(1) - T \left(\frac{1}{2}\right)(1) = 0 \Rightarrow T = 40 \text{ N} \dots^{***})$$

✍ Sisipkan persamaan  $^{***})$  ke persamaan  $^{**})$  dan  $^*)$ , diperoleh:

$N_{Ay} = T \left(\frac{1}{2}\right) = 30$  ;  $N_{Ax} = 40 \left(\frac{1}{2}\right) = 20$  ;  $N_A = \sqrt{30^2 + 20^2} = 36,1$  N (tanda +, menunjukkan arah gaya normal  $N_A$  sesuai dengan gambar yang disketsa).

$$N_{Ax} = T \left(\frac{1}{2}\sqrt{3}\right) = 20\sqrt{3}$$



Nilai  $N_A$  dihitung dengan teori vektor, yaitu resultan dua buah vektor yang saling tegak lurus.

$$N_A = \sqrt{N_{Ax}^2 + N_{Ay}^2}$$

$$N_A = \sqrt{(20\sqrt{3})^2 + 30^2} = 36,1 \text{ N}$$

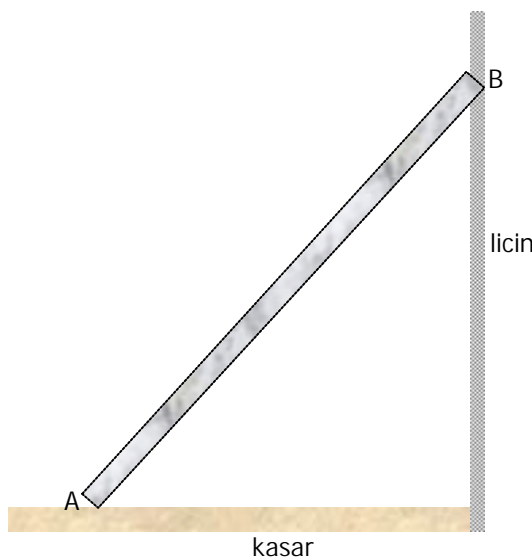
Arah vektor gaya normal ( $\theta$ ) dihitung dengan persamaan:

$$\tan \theta = \frac{N_{Ay}}{N_{Ax}} = \frac{30}{20\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \theta = \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$$

Jadi gaya tegang tali,  $T = 40$  N, gaya reaksi engsel  $N_A = 36,1$  N,

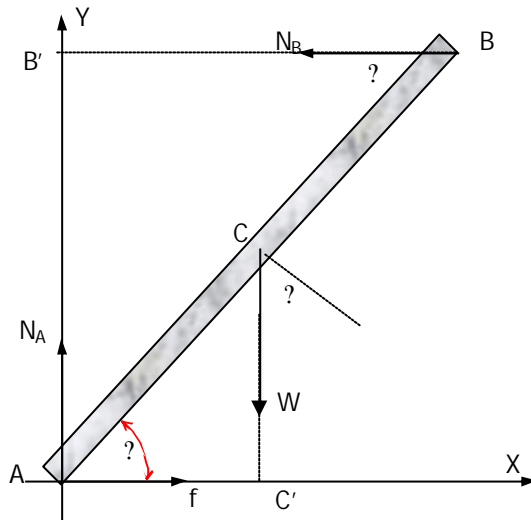
dan arah gaya reaksi engsel adalah  $\theta = \arctan \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

### **Contoh 13:**



Sebuah tangga AB homogen beratnya 100 N bersandar pada tembok yang licin dan bertumpu pada lantai kasar. Tangga AB membentuk sudut  $45^\circ$  terhadap lantai. Jika tangga AB tepat akan tergelincir, maka tentukan (a) gaya reaksi lantai dan tembok, (b) gaya gesek tangga terhadap lantai, dan (c) koefisien gesek antara lantai dengan tangga.

**Jawab:**



- ✍ Gaya berat  $W = 100 \text{ N}$  titik kerjanya pada jarak  $\frac{1}{2} AB$ .
- ✍ Gaya normal pada tembok  $N_B$ .
- ✍ Gaya normal pada lantai  $N_A$ .
- ✍ Gaya gesek lantai terhadap tangga  $f$ , sedangkan antara dinding dan tangga tak ada gesekan.
- ✍ Keseimbangan translasi:

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow f - N_B = 0 \Rightarrow N_B = f \quad (**)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow N_A - W = 0 \Rightarrow N_A = W \quad (***)$$

Sisipkan persamaan (\*\*\*) ke persamaan (\*\*), diperoleh:

$$N_B = f = W \quad (***)$$

✍ Keseimbangan rotasi.

Kita pilih titik A sebagai poros karena  $N_A$  dan  $f$  belum diketahui nilainya, sehingga  $N_A$  dan  $f$  tak menimbulkan momen gaya pada tangga AB.

$$\sum \tau = 0 \Rightarrow W (AC') - N_A (AB') = 0$$

$\Rightarrow W (\frac{1}{2} AB \cos \theta) - N_A (AB \sin \theta) = 0$ , sisipkan persamaan (\*\*\*) , diperoleh,  $W (\frac{1}{2} AB \cos \theta) = W (AB \sin \theta) \Rightarrow \frac{1}{2} \cot \theta$ , atau

$$\theta = \frac{1}{2 \tan \theta}$$

✍ Karena  $\theta = 45^\circ$  dan  $\tan 45^\circ = 1$ , maka  $\theta = 45^\circ$ .

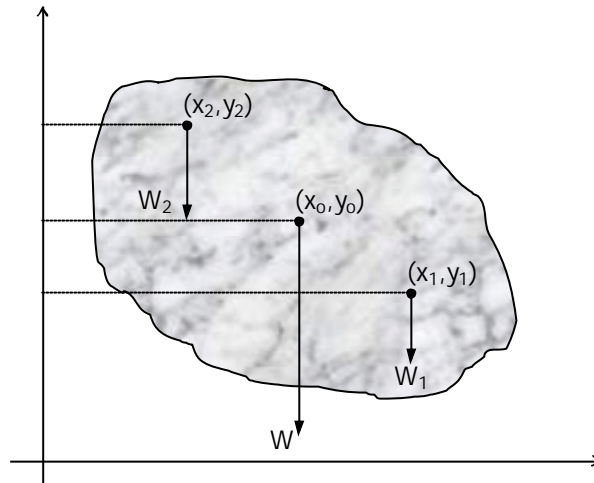
✍ Dari persamaan (\*\*), bahwa  $N_B = f = W = 100 \text{ N}$

✍ Dari persamaan (\*\*), bahwa  $N_B = f = N_A$

$$N_B = f = \frac{1}{2} (100) = 50 \text{ N}$$

## h. Titik Berat

- ✍ Titik berat atau pusat berat benda sebagai titik yang terhadapnya gaya-gaya berat bekerja pada semua partikel benda itu sehingga akan menghasilkan momen gaya resultan nol. Titik berat merupakan titik di mana gaya berat bekerja secara efektif.



- ✍ Menentukan koordinat titik berat.

Suatu benda tegar kita bagi atas banyak bagian dengan berat tiap bagian adalah  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_n$ . Tiap bagian dapat dianggap sebagai partikel dengan koordinat titik tangkap gaya beratnya adalah  $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_n, y_n)$ .

Sehingga koordinat titik berat benda tegar dapat dituliskan sebagai  $(x_0, y_0)$  dengan:

$$x_0 = \frac{x_1 W_1 + x_2 W_2 + x_3 W_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots}, \text{ dan}$$

$$y_0 = \frac{y_1 W_1 + y_2 W_2 + y_3 W_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots}$$

- ✍ Hubungan berat dengan massa benda adalah sebagai berikut:

$W = m g$ , sehingga  $W_1 = m_1 g, W_2 = m_2 g, W_3 = m_3 g, \dots, W_n = m_n g$ , jika percepatan gravitasi  $g$  dianggap konstan (sama). Kita dapat menentukan titik pusat massa yang berimpit dengan titik berat, yaitu:

$$x_o = \frac{x_1 m_1 + x_2 m_2 + x_3 m_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}, \text{ dan}$$

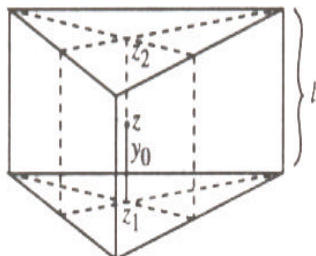
$$y_o = \frac{y_1 m_1 + y_2 m_2 + y_3 m_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots}$$

☞ Jika benda tegar berdimensi tiga, maka massa benda ( $m$ ) dapat dinyatakan sebagai hasil kali massa jenis ( $\rho$ ) dengan volume ( $V$ ), yaitu  $m = \rho V$ . Untuk benda-benda homogen akan memiliki massa jenis yang sama tiap-tiap bagian penyusunnya, sehingga  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3 = \dots = \rho$ . Jadi koordinat titik berat benda homogen dapat ditulis:

$$x_o = \frac{x_1 V_1 + x_2 V_2 + x_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}, \text{ dan}$$

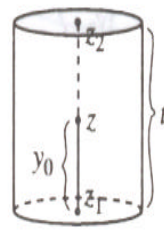
$$y_o = \frac{y_1 V_1 + y_2 V_2 + y_3 V_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

Letak titik berat benda pejal homogen berdimensi tiga yang bentuknya teratur dapat dilihat pada gambar berikut:



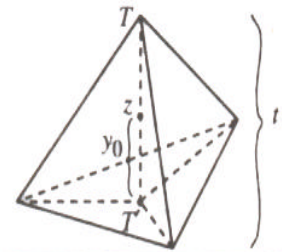
$$y_o = \frac{1}{2} l$$

(a) Prisma Pejal



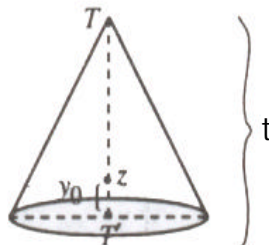
$$y_o = \frac{1}{2} t$$

(b) Silinder Pejal



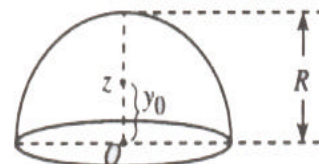
$$y_o = \frac{1}{4} t$$

(c) Limas Pejal beraturan



$$y_o = \frac{1}{4} t$$

(d) Kerucut Pejal



$$y_o = \frac{3}{8} R$$

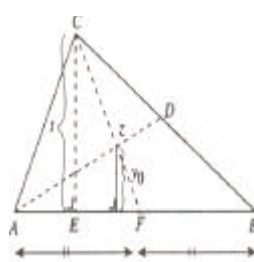
(e) Setengah bola Pejal

✍ Jika tebal benda dapat diabaikan, maka benda dapat dianggap berbentuk luasan (dua dimensi), sehingga besaran volume untuk tiga dimensi sebanding dengan besaran luas untuk dua dimensi. Letak koordinat benda tegar homogen berbentuk luasan memenuhi persamaan:

$$X_o = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2 + x_3 A_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}, \text{ dan}$$

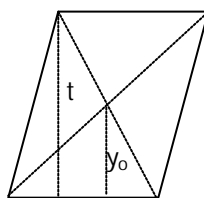
$$y_o = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2 + y_3 A_3 + \dots}{A_1 + A_2 + A_3 + \dots}$$

Letak titik berat bidang homogen dapat dilihat pada gambar berikut:



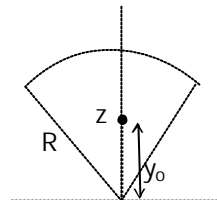
$$y_o = \frac{1}{3} t$$

(a) Segitiga



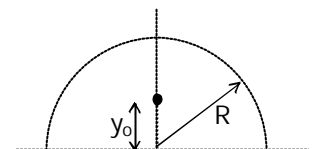
$$y_o = \frac{1}{2} t$$

(b) jajaran genjang



$$y_o = \frac{2}{3} R$$

(c) juring lingkaran



$$y_o = \frac{4R}{3}$$

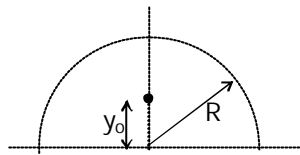
(d) setengah lingkaran

✍ Jika benda berbentuk garis (memanjang), maka massa benda atau berat benda dapat dianggap diwakili oleh panjangnya (L). Koordinat titik beratnya dapat ditentukan dengan persamaan berikut:

$$X_o = \frac{x_1 L_1 + x_2 L_2 + x_3 L_3 + \dots}{L_1 + L_2 + L_3 + \dots}, \text{ dan}$$

$$y_o = \frac{y_1 L_1 + y_2 L_2 + y_3 L_3 + \dots}{L_1 + L_2 + L_3 + \dots}$$

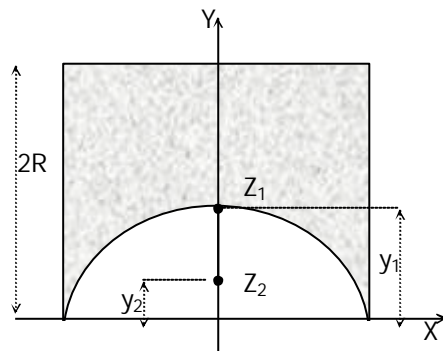
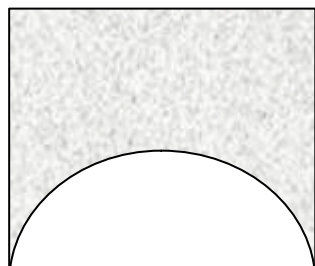
Gambar berikut menunjukkan letak titik berat benda homogen berbentuk garis, yaitu busur setengah lingkaran.



$$y_0 = \frac{2R}{\pi}$$

**Contoh 14:**

Sebuah silinder pejal homogen tingginya  $2R$ , bagian bawahnya berongga dengan bentuk setengah bola. tentukan letak titik beratnya.



Jawab:

- ✍ Tentukan sumbu koordinat sebagai acuan pada gambar (jika dalam soal belum ditentukan).
- ✍ Bangun gambar kita bagi menjadi dua bagian, yaitu silinder dengan titik berat  $Z_1$  dan pengurangan setengah bola pada alas dengan titik berat  $Z_2$ .
- ✍ Volume dan ordinat dari bangun tersebut adalah sebagai berikut:

? silinder: volume  $V_1 = 2\pi R^3$ , ordinat  $y_1 = R$

? setengah bola: volume  $V_2 = \frac{2}{3}\pi R^3$ , ordinat  $y_2 = \frac{3}{8}R$  (volume bertanda negatif, karena pengurangan volume setengah bola, sedangkan ordinat bertanda positif, karena letaknya pada sumbu  $Y$  positif).



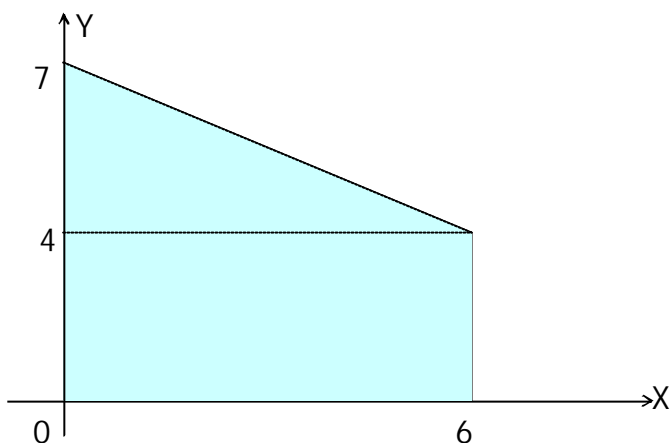
? Koordinat susunan benda tegar tersebut adalah:

$$y_o = \frac{y_1 V_1 + y_2 V_2 + y_3 V_3}{V_1 + V_2 + V_3} = \frac{R(2 + R^3) + \frac{3}{8}R(\frac{2}{3} + R^3) + \frac{7}{4}R^4}{2 + R^3 + (\frac{2}{3} + R^3)} = \frac{\frac{4}{3} + R^4}{\frac{4}{3} + R^3} = \frac{21}{16}R$$

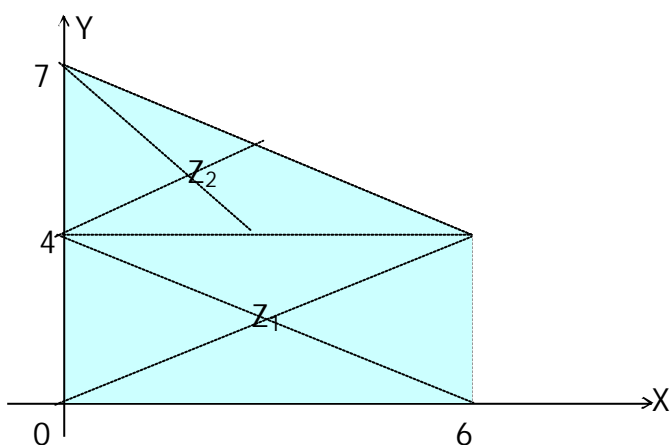
$X_o = 0$ , karena sumbu Y merupakan sumbu simetri benda tersebut.

**Contoh 15:**

Tentukan koordinat titik berat bangun luasan seperti pada gambar di bawah ini.



Jawab:



? Bangun bidang di atas dibagi dalam dua bagian, yaitu segiempat bawah dan segitiga di atas dengan titik berat masing-masing  $Z_1(x_1, y_1)$  dan  $Z_2(x_2, y_2)$ .

? Luas, absis, dan ordinat masing-masing bangun adalah:

? Segiempat:  $A_1 = 6(4) = 24$ ,  $x_1 = 3$ , dan  $y_1 = 2$ .

? Segitiga:  $A_2 = (1/2)6(3) = 9$ ,  $x_2 = (1/3)6 = 2$ , dan  $y_2 = 4 + (1/3)3 = 5$ .

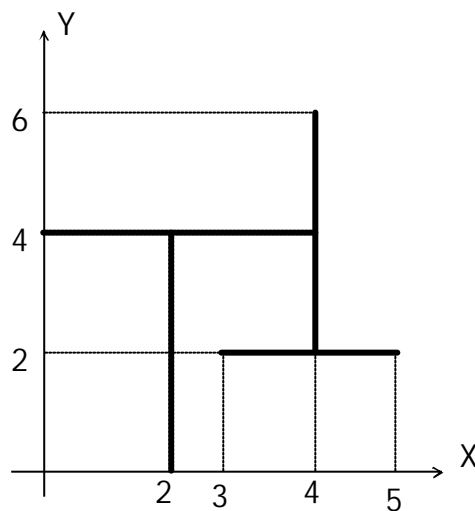
? Koordinat susunan benda tegar bentuk bidang tersebut:

$$x_o = \frac{x_1 A_1 + x_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{3(24) + 2(9)}{24 + 9} = \frac{90}{33} = 2,73, \text{ dan}$$

$$y_o = \frac{y_1 A_1 + y_2 A_2}{A_1 + A_2} = \frac{2(24) + 5(9)}{24 + 9} = \frac{93}{33} = 2,82$$

? Jadi koordinat titik berat bangun luasan tersebut adalah  $Z_o(x_o, y_o)$ , yaitu  $Z_o(2,73 ; 2,82)$ .

**Contoh 16:**



Tentukan koordinat titik berat susunan empat buah kawat berbentuk bangun seperti gambar di samping.

**Jawab:**

✍ Dari gambar di samping, panjang kawat, letak absis dan ordinat titik beratnya adalah:

? kawat pertama:

$$L_1 = 4, x_1 = 2, \text{ dan } y_1 = 4.$$

? kawat kedua:

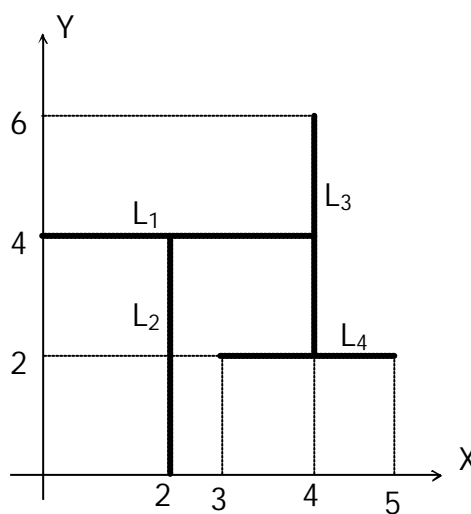
$$L_2 = 4, x_2 = 2, \text{ dan } y_2 = 2.$$

? kawat ketiga:

$$L_3 = 4, x_3 = 4, \text{ dan } y_3 = 4.$$

? kawat keempat:

$$L_4 = 2, x_4 = 4, \text{ dan } y_4 = 2.$$



? koordinat susunan benda tegar bentuk garis (kawat) tersebut:

$$X_o = \frac{x_1 L_1 + x_2 L_2 + x_3 L_3 + x_4 L_4}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4} = \frac{2(4) + 2(4) + 4(4) + 4(2)}{4 + 4 + 4 + 2} = \frac{40}{14}$$

$$X_o = 2,86$$

dan

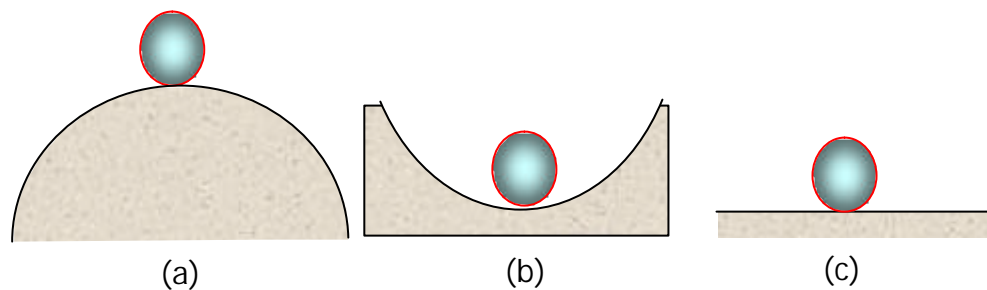
$$y_o = \frac{y_1 L_1 + y_2 L_2 + y_3 L_3 + y_4 L_4}{L_1 + L_2 + L_3 + L_4} = \frac{4(4) + 2(4) + 4(4) + 2(2)}{4 + 4 + 4 + 2} = \frac{44}{14}$$

$$y_o = 3,14$$

### i. Macam-macam Keseimbangan

- ✍ Macam-macam keseimbangan suatu benda dapat diperkirakan dengan memperhatikan kedudukan titik beratnya ketika gangguan kecil terjadi. Kedudukan titik berat benda dapat naik, turun, dan tetap dari kedudukan semula bila gangguan kecil dihilangkan. Keseimbangan statik benda tegar dapat dikelompokkan menjadi tiga jenis, yaitu keseimbangan *stabil*, keseimbangan *labil*, dan keseimbangan *netral*.
- ✍ Keseimbangan ***stabil*** (mantap), yaitu keseimbangan yang dialami benda tegar, jika gangguan kecil atau gaya diberikan pada benda tersebut kemudian dihilangkan, maka benda akan *kembali* ke kedudukan seimbang semula. Ciri keseimbangan stabil adalah jika diberikan gaya atau gangguan, maka *titik beratnya naik*.
- ✍ Keseimbangan ***labil*** (goyah), yaitu keseimbangan yang dialami benda tegar, jika gangguan kecil atau gaya diberikan pada benda tersebut kemudian dihilangkan, maka benda *tidak kembali* ke kedudukan seimbang semula, bahkan meninggalkan gangguan itu. Ciri keseimbangan labil adalah jika diberikan gaya atau gangguan, maka *titik beratnya turun*.

- ✍ Keseimbangan **netral** (indiferen), yaitu keseimbangan yang dialami benda tegar, jika gangguan kecil atau gaya diberikan pada benda, maka benda akan bergerak, tetapi jika gaya dihilangkan, maka benda akan kembali diam pada kedudukan seimbang yang berbeda. Ciri keseimbangan netral adalah jika diberikan gaya atau gangguan, maka titik beratnya *tetap* (tidak naik maupun turun).
- ✍ Contoh ketiga macam keseimbangan tersebut seperti tampak pada gambar xx di bawah ini.



**Gambar xx.** (a) adalah contoh keseimbangan labil, gambar (b) merupakan contoh keseimbangan stabil, dan gambar (c) adalah contoh keseimbangan netral.

### c. Rangkuman

- Kecenderungan suatu gaya untuk memutar atau merotasi suatu benda terhadap suatu poros diukur oleh suatu besaran yang disebut momen gaya (dilambangkan  $M$ ). Besar momen gaya diberikan oleh persamaan:

$$M = d F$$

dengan  $d$  adalah *lengan momen*, yaitu panjang garis yang ditarik dari titik poros rotasi sampai memotong tegak lurus garis kerja gaya. Momen gaya bertanda positif jika arah rotasi searah dengan perputaran jarum jam. Sedangkan jika arah rotasi

berlawanan dengan arah perputaran jarum jam, maka momen gaya bertanda negatif.

- Dua gaya sama besar dan berlawanan arah serta mempunyai garis kerja yang berbeda membentuk sebuah kopel. Momen yang dihasilkan oleh sebuah kopel sama dengan hasil kali salah satu gaya dengan jarak tegak lurus antara garis kerja kedua gaya. Tanda momen kopel positif jika searah perputaran jarum jam dan negatif jika berlawanan arah perputaran jarum jam.
- Bila dua atau lebih gaya sejajar bekerja pada sebuah benda, maka gaya-gaya tersebut dapat diganti oleh satu gaya tunggal ekuivalen yang sama dengan jumlah gaya-gaya itu dan bekerja pada sebuah titik yang disebut titik tangkap gaya resultan. Dalam sistem koordinat kartesius, absis dan ordinat titik tangkap gaya resultan diberikan oleh persamaan:

$$x_R = \frac{F_{1y} x_1 + F_{2y} x_2 + F_{3y} x_3 + \dots + F_{ny} x_n}{F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} + \dots + F_{ny}}$$

$$y_R = \frac{F_{1x} y_1 + F_{2x} y_2 + F_{3x} y_3 + \dots + F_{nx} y_n}{F_{1x} + F_{2x} + F_{3x} + \dots + F_{nx}}$$

- Momen inersia dari sebuah partikel bermassa  $m$  terhadap poros yang terletak sejauh  $r$  dari massa partikel didefinisikan sebagai hasil kali massa partikel tersebut terhadap kuadrat jarak dari titik poros, ditulis:  $I = m r^2$

Untuk banyak partikel dituliskan:  $I = \sum m_i r_i^2$

- Momentum sudut sistem partikel (benda tegar) dengan kecepatan sudut  $\omega$  diberikan oleh:  $L = I \omega$ . Jika lengan momen terhadap poros ( $r$ ), dan kecepatan linier ( $v$ ), maka momentum sudut dituliskan:  $L = m r v$ . Untuk sistem terisolasi di mana resultan momen gaya luar pada benda adalah nol, maka berlaku

hukum kekekalan momentum sudut. Momen gaya untuk gerak rotasi adalah laju perubahan momentum anguler, yaitu  $\tau = \frac{dL}{dt}$ .

- Syarat keseimbangan statik sistem partikel adalah resultan gaya yang bekerja pada partikel adalah nol dan benda (partikel) dalam keadaan diam.

$$\sum F = 0, \text{ dalam bidang: } \sum F_x = 0 \text{ dan } \sum F_y = 0.$$

- Suatu benda tegar berada dalam keseimbangan statik, jika benda mula-mula diam dan memenuhi syarat: keseimbangan translasi  $\sum F = 0$ , dan keseimbangan rotasi  $\sum \tau = 0$ .

- Titik berat atau pusat berat suatu benda adalah titik yang terhadapnya gaya-gaya berat bekerja pada semua partikel benda itu yang menghasilkan momen resultan nol. Koordinat pusat berat  $(x_0, y_0)$  dihitung dengan persamaan:

$$x_0 = \frac{x_1 W_1 + x_2 W_2 + x_3 W_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots}, \text{ dan}$$

$$y_0 = \frac{y_1 W_1 + y_2 W_2 + y_3 W_3 + \dots}{W_1 + W_2 + W_3 + \dots}$$

Untuk percepatan gravitasi tetap, berat  $W$  dapat diganti dengan massa  $m$ , benda homogen berbentuk volum pejal berat  $W$  dapat diganti dengan massa  $V$ , luasan  $W$  diganti  $A$ , garis  $W$  diganti  $L$ .

- Ada tiga jenis keseimbangan sebuah benda, yaitu: *stabil*, *labil* dan *netral*.

## d. Tugas

### Pertanyaan Konsep:

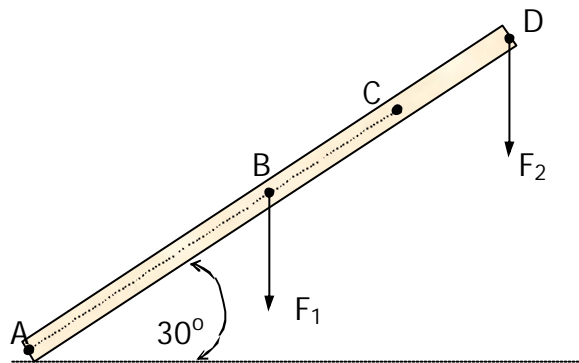
1. Jelaskan yang dimaksud dengan keseimbangan statik dan keseimbangan dinamik! Berikan syarat cukup untuk dua kesetimbangan tersebut.

2. Berikan penjelasan dan syarat di mana benda dapat dianggap sebagai partikel dan di mana benda dianggap sebagai benda tegar.
3. Apa yang membedakan antara usaha dan momen gaya, di mana kedua besaran tersebut didefinisikan sebagai hasil kali gaya dan jarak?
4. Jika momen resultan terhadap suatu titik sama dengan nol, apakah momen resultan juga akan nol untuk titik lainnya? Beri penjelasan anda.
5. Dalam pernyataan momen gaya  $\tau = r \times F$ , apakah  $r$  sama dengan lengan momen? Jelaskan jawaban anda dan berikan definisi tentang lengan momen.
6. Apakah suatu benda dapat memiliki lebih dari satu momen inersia? Selain dari bentuk dan massa benda, informasi apa saja yang harus diberikan untuk menentukan momen inersia?
7. Sebuah bola menggelinding dari keadaan diam menuruni sebuah bidang miring, gaya apakah yang menghasilkan momen yang menyebabkan percepatan sudut terhadap poros melalui pusat massa? dan gaya apakah yang dihasilkan momen yang menyebabkan percepatan sudut terhadap poros melalui titik kontak dengan permukaan bidang?
8. Sebuah piring diletakkan di atas meja putar horisontal yang dipasang pada poros vertikal tanpa gesekan. Piring mula-mula diletakkan pada bagian pinggir meja. Apa yang terjadi pada putaran meja jika piring digeser mendekati poros?
9. Apakah sebuah benda tegar dapat berada dalam keseimbangan translasi dan rotasi, tetapi tidak dalam keseimbangan statik? Berikan penjelasan anda dan contohnya.
10. Sebuah tangga bersandar miring pada sebuah dinding. Manakah yang lebih aman dinaiki, tangga yang bersandar pada dinding yang kasar dan bertumpu pada lantai yang licin atau tangga yang

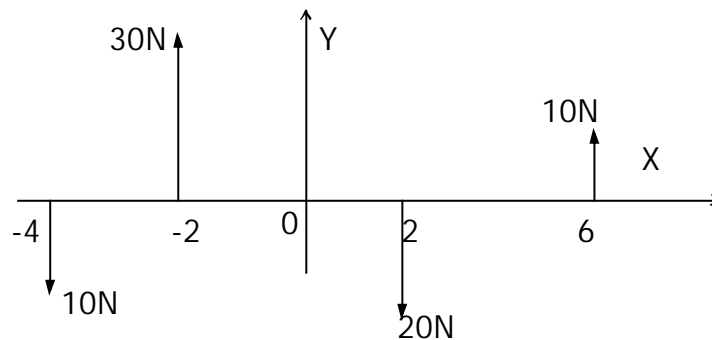
bersandar pada dinding yang licin dan bertumpu pada lantai yang kasar? Berikan penjelasan anda.

**Pertanyaan Soal:**

1. Perhatikan gambar di bawah ini. Tentukan lengan momen dan momen gaya dari gaya  $F_1 = 100\text{ N}$  dan gaya  $F_2 = 200\text{ N}$  terhadap poros di titik A dan titik C, jika  $AD = L$ ,  $AB = L/2$ , dan  $AC = 3L/4$ .



2. Tentukan letak titik tangkap resultan gaya-gaya pada sistem dalam gambar di bawah ini.

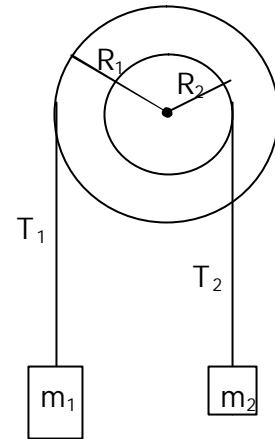


3. Seutas tali dililitkan mengelilingi sebuah silinder pejal bermassa  $M$  dan jari-jari  $R$  yang bebas berputar mengitari sumbunya. Tali ditarik dengan gaya  $F$ . Jika silinder mula-mula diam, tentukan:
  - (a) Percepatan sudut dan kecepatan sudut silinder pada saat  $t$ , nyatakan dalam variabel  $M$ ,  $R$ ,  $F$ , dan  $t$ .

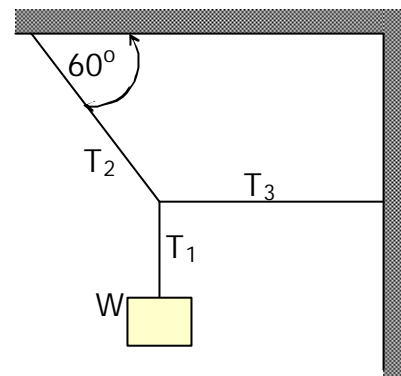


(b) Percepatan sudut dan kecepatan sudut silinder pada saat  $t = 3$  s, jika  $M = 4$  kg,  $R = 8$  cm, dan  $F = 10$  N.

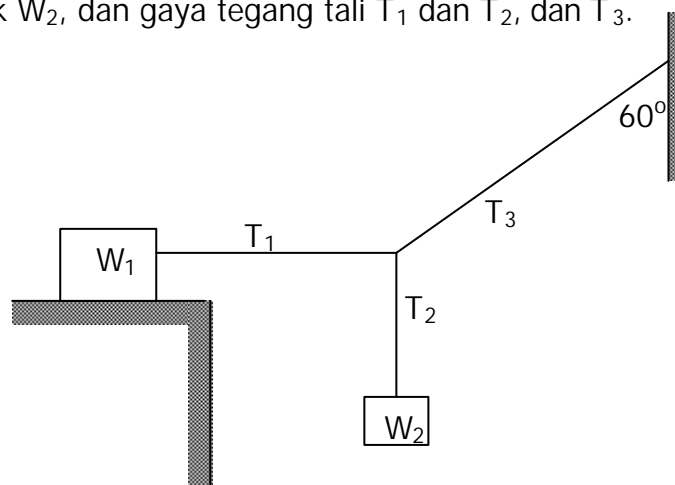
4. Momen inersia sistem katrol pada gambar di samping adalah  $I = 2 \text{ kg m}^2$ , sedangkan jari-jari luar  $R_1 = 40$  cm dan jari-jari dalam  $R_2 = 20$  cm. Massa beban  $m_1 = 4$  kg dan  $m_2 = 2$  kg. Jika percepatan gravitasi  $g = 10 \text{ m/s}^2$ , tentukan: (a) percepatan sudut sistem katrol, (b) gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ .



5. Perhatikan gambar di samping ! Jika berat beban  $200 \text{ N}$ , tentukan gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ , dan  $T_3$ .



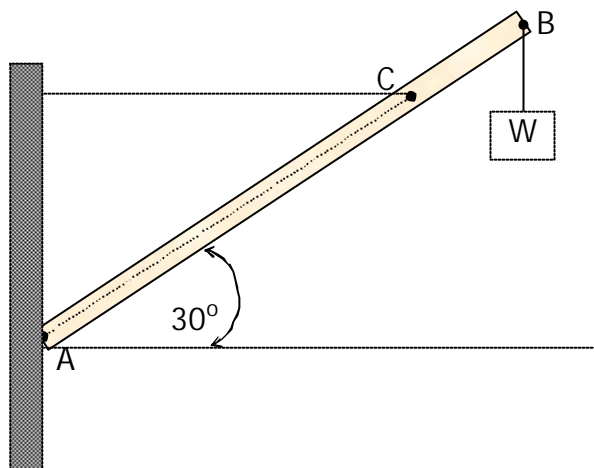
6. Sistem dalam gambar di bawah ini berada dalam keadaan seimbang. Jika berat balok  $W_1 = 400 \text{ N}$  dan koefisien gesek statik antara balok  $W_1$  dengan dengan meja adalah  $0,4$ . Tentukan berat balok  $W_2$ , dan gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ , dan  $T_3$ .



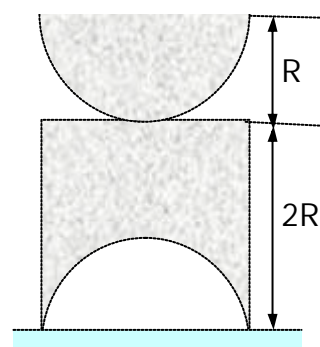
7. Batang PQ beratnya 400 N dan panjangnya 4 m. Jarak tumpuan PA adalah 3m dan di titik A batang dapat berputar. Seseorang beratnya 600 N berjalan dari titik menuju Q. Berapa jarak maksimum dari titik P agar batang tetap seimbang (ujung batang P hampir terangkat).



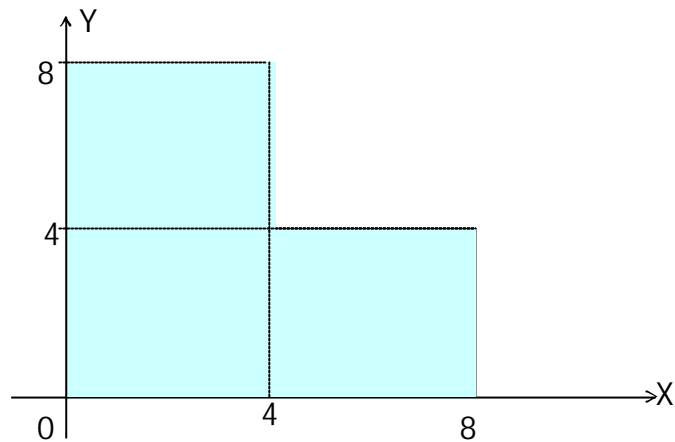
8. Batang AB beratnya 200 N dan engsel ditempatkan di titik A dan di titik C diikat ke tembok dengan seutas tali yang massa dapat diabaikan. Di titik B diberikan beban yang beratnya 100N. Jarak AC =  $(3/4) AB$ . Jika sistem dalam keadaan seimbang tentukan: (a) tegangan tali, (b) besar gaya engsel.



9. Susunan benda pejal homogen yang terdiri dari silinder berongga dan setengah bola terletak di atas lantai seperti tampak pada gambar. Tentukan jarak titik berat susunan benda tersebut dari lantai.

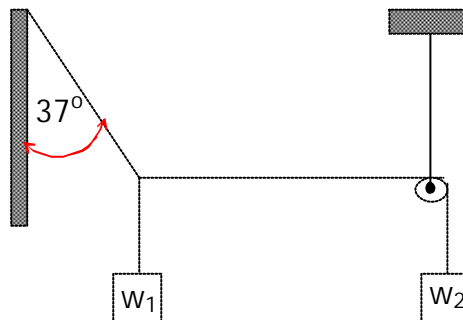


10. Sebuah bangun berupa luasan memiliki bentuk dan ukuran seperti tampak pada gambar. Tentukan koordinat titik beratnya.



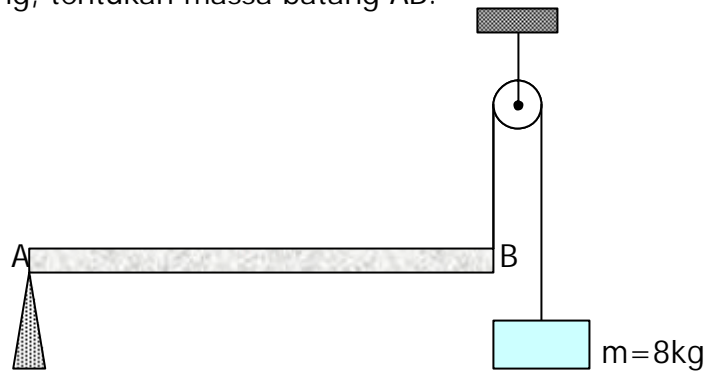
### e. Tes Formatif

1. Jika  $\theta = 37^\circ$  ( $\sin \theta = 0,6$ ) dan sistem dalam gambar di bawah ini dalam keadaan seimbang, tentukan perbandingan berat  $W_1$  dengan  $W_2$ .



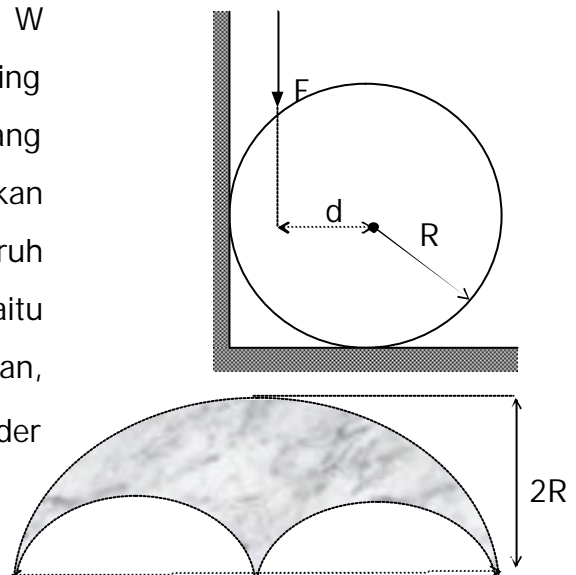
2. Seseorang naik tangga homogen panjangnya 5 m yang disandarkan pada dinding vertikal yang licin. Berat tangga 300 N dan berat orang 700 N. Ujung bawah tangga berjarak 3 m dari dinding. Bila orang tersebut dapat naik sejauh 3 m sesaat sebelum tangga itu tergelincir, maka tentukan koefisien gesekan antara lantai dan tangga.

3. Sebuah batang homogen AB panjang 4 m letak titik beratnya di tengah-tengah. Pada ujung A ditahan oleh penumpu dan pada ujung B diikat dengan tali dan diberikan beban yang massanya 8 kg, seperti tampak pada gambar di bawah. Jika sistem dalam keadaan seimbang, tentukan massa batang AB.



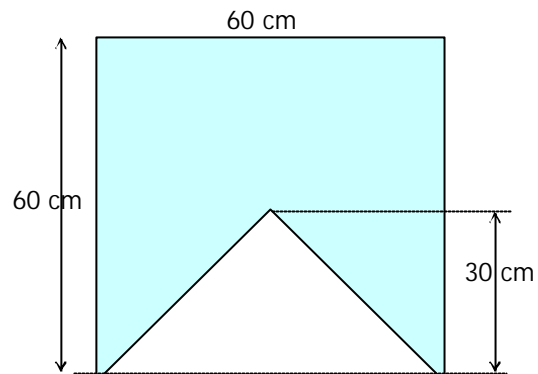
4. Sebuah bola sepak massanya  $M$ , berjari  $R$ , dan momen inersia  $I = \frac{2}{3} M R^2$  menggelinding menuruni suatu bidang miring dari ketinggian  $h$ . Jika percepatan gravitasi  $g$ , maka tentukan kelajuan bola sepak saat sampai di dasar bidang miring.

5. Sebuah silinder yang beratnya  $W$  diletakkan berimpit dengan dinding yang kasar dan di atas lantai yang kasar pula. Koefisien gesekan antara silinder dengan seluruh permukaan adalah sama, yaitu  $\mu = 0,3$ . Bila gaya  $F = 3W$  diberikan, maka tentukan nilai  $d$  agar silinder tersebut seimbang.



6. Tentukan letak titik berat benda berupa bidang diukur dari alasnya.

7. Sebuah bidang homogen tampak seperti pada gambar di samping. Tentukan letak titik beratnya terhadap sisi alasnya.



8. Sebuah silinder pejal berjari-jari  $R$  dan bermassa  $M$  dijadikan katrol untuk menimba air dari dalam sumur. Batang yang dijadikan poros licin sempurna. Seutas tali yang massanya dapat diabaikan digulung pada silinder, dan sebuah ember bermassa  $m$  diikatkan pada ujung tali. Tentukan percepatan ember saat jatuh ke dalam sumur dalam variabel  $M$ ,  $m$ , dan percepatan gravitasi ( $g$ ).

9. Sebuah bola pejal yang mempunyai massa 600 gram dan jari-jari 10 cm diputar pada sumbunya yang melalui pusat bola tersebut dengan kecepatan sudut 400 rpm. Tentukan momentum sudut bola tersebut.

## f. Kunci Jawaban Tes Formatif

1.  $\frac{W_1}{W_2} = \frac{4}{3}$

2. Koefisien gesek antara lantai dengan tangga  $\mu = 0,4275$ .

3. Massa batang AB,  $m = 16$  kg.

4. Kelajuan bola saat sampai di dasar,  $v = \sqrt{\frac{6}{5} g h}$

5.  $d = 0,4 R$ .

6.  $y_o = \frac{4R}{?}$

7.  $y_o = 36,67$  cm

8. Percepatan ember,  $a = \frac{m g}{m + \frac{1}{2} M}$

9. Momentum sudut,  $L = 3,2 \cdot 10^{-2}$  kg m<sup>2</sup>/s.

## g. Lembar Kerja

### TITIK BERAT BIDANG DATAR

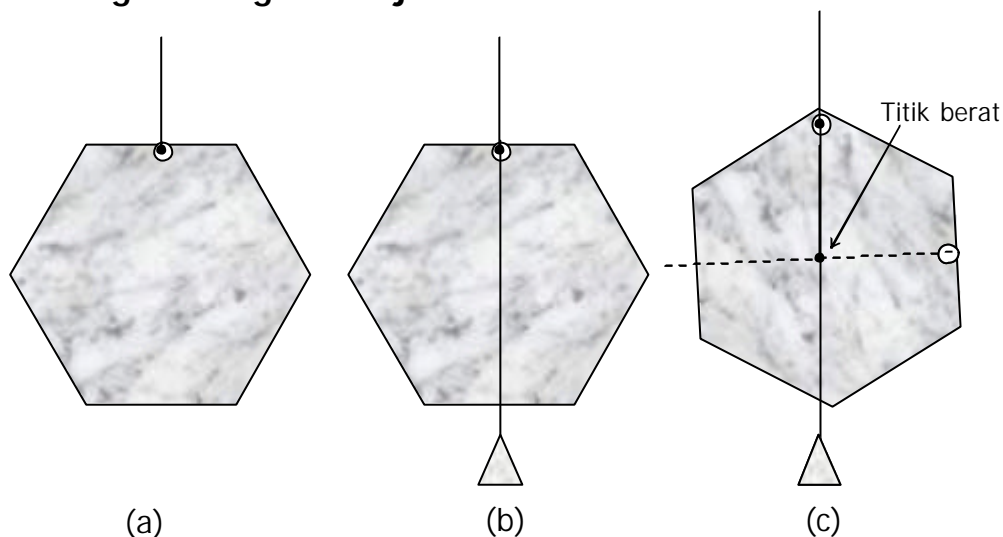
#### ☞ Tujuan :

Menentukan letak titik berat sebuah bidang datar

#### ☞ Alat-alat :

- ↳ kertas karton
- ↳ benang
- ↳ bandul pemberat
- ↳ pensil
- ↳ penggaris
- ↳ paku

#### ☞ Langkah-langkah Kerja:



1. Siapkan sebuah karton yang bentuknya tak teratur, sebuah benang dengan pemberatnya dan tiang untuk menggantung tali (*seperti gambar a*).
2. Buatlah sebuah lubang, kemudian gantung benang dan pemberatnya tegak lurus melalui lubang tersebut (*seperti gambar b*). Tandai dengan garis pada karton sepanjang kedudukan benang tersebut.
3. Buatlah lubang kedua, kemudian gantung kembali benang dan pemberatnya tegak lurus melalui lubang kedua tersebut (*seperti*

*gambar c*). Tandai dengan garis pada karton sepanjang kedudukan benang tersebut.

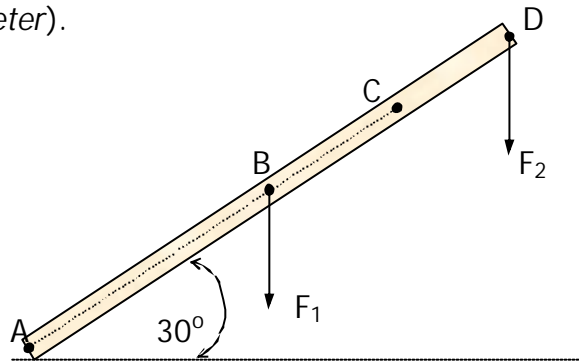
4. Kedua garis yang anda buat pada langkah ke-2 dan ke-3 akan berpotongan pada suatu titik. Titik potong inilah yang merupakan letak titik berat karton tersebut.
5. Ujilah ketepatan titik berat yang anda temukan pada langkah ke-4, dengan meletakkan titik berat tersebut pada ujung sebuah paku. Jika karton dapat seimbang dalam kedudukan horisontal (tidak jatuh), maka anda telah menemukan letak titik berat karton dengan tepat.
6. Ulangi langkah ke-1 sampai ke-5 dengan bentuk karton yang lain.
7. Apa yang dapat anda simpulkan dengan kegiatan ini?

# BAB I. EVALUASI

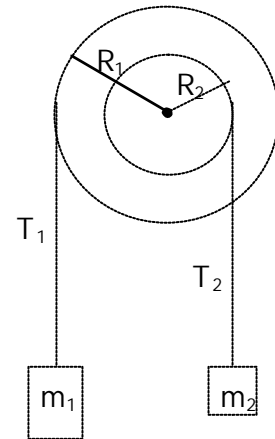
## A. Tes Tertulis

Kerjakan semua soal di bawah ini !

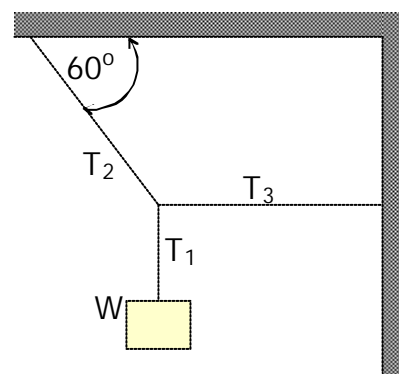
1. Perhatikan gambar di bawah ini. Tentukan lengan momen dan momen gaya dari gaya  $F_1 = 100$  N dan gaya  $F_2 = 200$  N terhadap poros di titik A dan titik C, jika  $AD = L$ ,  $AB = L/2$ , dan  $AC = 3L/4$ , ( $L$  dalam meter).



2. Momen inersia sistem katrol pada gambar di samping adalah  $I = 2$  kg  $m^2$ , sedangkan jari-jari luar  $R_1 = 40$  cm dan jari-jari dalam  $R_2 = 20$  cm. Massa beban  $m_1 = 4$  kg dan  $m_2 = 2$  kg. Jika percepatan gravitasi  $g = 10$  m/s<sup>2</sup>, tentukan: (a) percepatan sudut sistem katrol, (b) gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ .

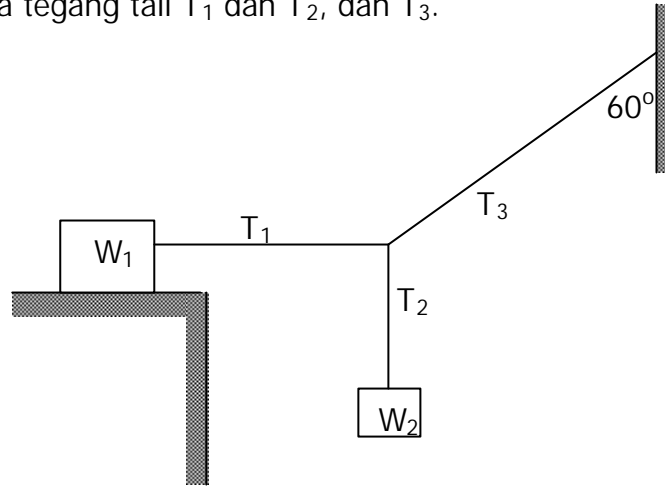


3. Perhatikan gambar di samping ! Jika berat beban 200 N, tentukan gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ , dan  $T_3$ .

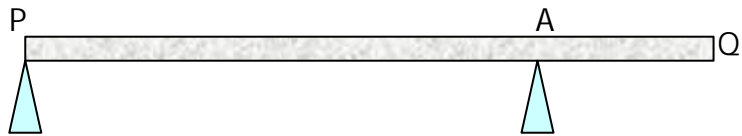




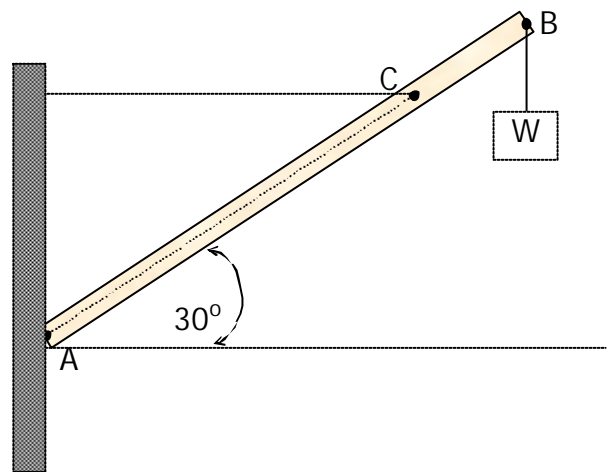
4. Sistem dalam gambar di bawah ini berada dalam keadaan seimbang. Jika berat balok  $W_1 = 400 \text{ N}$  dan koefisien gesek statik antara balok  $W_1$  dengan meja adalah  $0,4$ . Tentukan berat balok  $W_2$ , dan gaya tegang tali  $T_1$  dan  $T_2$ , dan  $T_3$ .



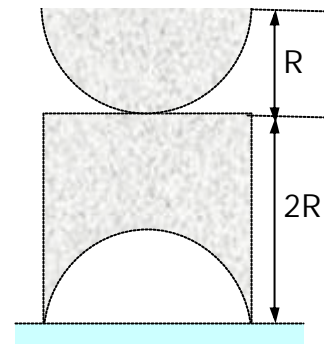
5. Batang PQ beratnya  $400 \text{ N}$  dan panjangnya  $4 \text{ m}$ . Jarak tumpuan PA adalah  $3 \text{ m}$  dan di titik A batang dapat berputar. Seseorang beratnya  $600 \text{ N}$  berjalan dari titik P menuju Q. Berapa jarak maksimum dari titik P agar batang tetap seimbang (ujung batang P hampir terangkat).



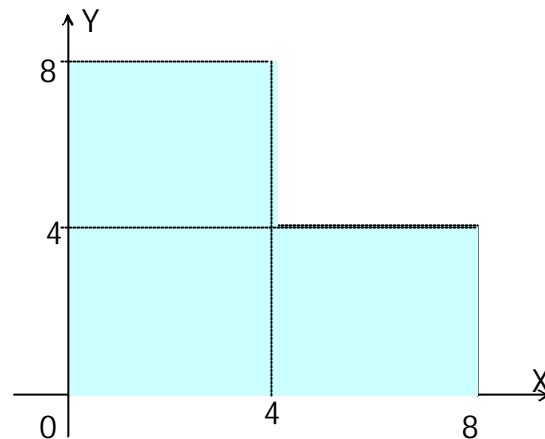
6. Batang AB beratnya  $200 \text{ N}$  dan engsel ditempatkan di titik A dan di titik C diikat ke tembok dengan seutas tali yang massa dapat diabaikan. Di titik B diberikan beban yang beratnya  $100 \text{ N}$ . Jarak  $AC = (3/4) AB$ . Jika sistem dalam keadaan seimbang tentukan: (a) tegangan tali, (b) besar gaya engsel.



7. Susunan benda pejal homogen yang terdiri dari silinder berongga dan setengah bola terletak di atas lantai seperti tampak pada gambar. Tentukan jarak titik berat susunan benda tersebut dari lantai.



8. Sebuah bangun berupa luasan memiliki bentuk dan ukuran seperti tampak pada gambar. Tentukan koordinat titik beratnya.



## B. Tes Praktek

- ✍ Bahan : batang kayu panjang 50 cm, kaca
- ✍ Alat : busur derajat.
- ✍ Langkah Kerja :
  1. Letakkan kaca di atas meja secara vertikal.
  2. Sandarkan batang kayu pada kaca di atas meja.
  3. Geser alas batang kayu di atas meja ke arah menjauhi kaca, sehingga batang kayu tepat akan tergelincir.
  4. Ukur sudut antara permukaan mendatar (meja) dengan batang kayu.
  5. Karena dinding kaca licin, maka batang kayu dengan dinding tidak ada gesekan, sehingga gesekan hanya terjadi antara batang kayu dengan meja. Tentukan koefisien gesekan antara batang kayu dengan meja.

# KUNCI JAWABAN

---

## A. KUNCI JAWABAN TES TULIS

1. Poros di titik A: (a) gaya  $F_1$ ; lengan momen  $d_1 = \frac{L\sqrt{3}}{4} m$  ; momen gaya  $\tau_1 = 25\sqrt{3} L Nm$  . (b) gaya  $F_2$ ; lengan momen  $d_2 = \frac{L\sqrt{3}}{2} m$  ; momen gaya  $\tau_2 = 100\sqrt{3} L Nm$  . Poros di titik C: (a) gaya  $F_1$ ; lengan momen  $d_1 = \frac{L\sqrt{3}}{8} m$  ; momen gaya  $\tau_1 = 12,5\sqrt{3} L Nm$  . (b) gaya  $F_2$ ; lengan momen  $d_2 = \frac{L\sqrt{3}}{8} m$  ; momen gaya  $\tau_2 = 25\sqrt{3} L Nm$  .
2. (a)  $\alpha = 4,4 \text{ rad/s}^2$ , (b)  $T_1 = 32,9 \text{ N}$ ,  $T_2 = 21,8 \text{ N}$
3.  $T_1 = 200 \text{ N}$ ,  $T_2 = \frac{400\sqrt{3}}{3} \text{ N}$ ,  $T_3 = \frac{200\sqrt{3}}{3} \text{ N}$
4.  $W_2 = T_2 = \frac{160\sqrt{3}}{3} \text{ N}$ ,  $T_1 = 160 \text{ N}$ ,  $T_3 = \frac{320\sqrt{3}}{3} \text{ N}$
5. Jarak dari titik P adalah 3,67 m.
6. (a)  $T = \frac{800\sqrt{3}}{3} \text{ N}$ , (b) gaya engsel  $F = 305 \text{ N}$ .
7.  $y_o = \frac{7R}{4}$
8.  $(x_o, y_o) = (10/3, 10/3)$

## LEMBAR PENILAIAN SISWA

Nama Peserta :  
 No. Induk :  
 Program Keahlian :  
 Nama Jenis kegiatan :

### **PEDOMAN PENILAIAN**

No.	Aspek Penilaian	Skor Maks	Skor Perolehan	Keterangan
1	2	3	4	5
<b>I</b>	<b>Persiapan</b> 1.1. Membaca Modul 1.2. Persiapan Alat dan Bahan			
	<b>Sub total</b>	5		
<b>II</b>	<b>Pelaksanaan Pembelajaran</b> 2.1. Cek Kemampuan Siswa 2.2. Melaksanakan Kegiatan			
	<b>Sub total</b>	20		
<b>III</b>	<b>Kinerja Siswa</b> 3.1. Cara merangkai alat 3.2. Membaca hasil ukur 3.3. Menulis satuan pengukuran 3.4. Banyak bertanya 3.5. Cara menyampaikan pendapat.			
	<b>Sub total</b>	25		
<b>IV</b>	<b>Produk Kerja</b> 4.1. Penyelesaian Tugas 4.2. Penyelesaian Kegiatan Lab. 4.3. Penyelesaian Tes Formatif 4.4. Penyelesaian Evaluasi			
	<b>Sub total</b>	35		
<b>V</b>	<b>Sikap/Etos Kerja</b> 5.1. Tanggung Jawab 5.2. Ketelitian 5.3. Inisiatif 5.4. Kemandirian			
	<b>Sub total</b>	10		
<b>VI</b>	<b>Laporan</b> 6.1. Sistematika Peyusunan Laporan 6.2. Penyajian Pustaka 6.3. Penyajian Data 6.4. Analisis Data 6.5. Penarikan Simpulan			
	<b>Sub total</b>	10		
	<b>Total</b>	100		

## **KRITERIA PENILAIAN**

<b>No.</b>	<b>Aspek Penilaian</b>	<b>Kriterian penilaian</b>	<b>Skor</b>
1	2	3	4
<b>I</b>	<b>Persiapan</b>		
	1.1. Membaca Modul	? Membaca Modul ? Tidak membaca Modul	2 1
	1.2. Persiapan Alat dan Bahan	? Alat dan bahan sesuai dengan kebutuhan.	3
		? Alat dan bahan disiapkan tidak sesuai kebutuhan	1
<b>II</b>	<b>Pelaksanaan Proses Pembelajaran</b>		
	2.1. Cek Kemampuan Siswa	? Siswa yang mempunyai kemampuan baik.	10
		? Siswa tidak bisa menyelesaikan.	1
	2.2. Melaksanakan Kegiatan	? Melaksanakan kegiatan dengan baik.	10
? Melaksanakan tidak sesuai ketentuan.		1	
<b>III</b>	<b>Kinerja Siswa</b>		
	3.1. Cara merangkai alat.	? Merangkai alat dengan benar	5
		? Merangkai alat kurang benar.	1
	3.2. Membaca hasil ukur.	? Cara membaca titik berat.	5
		? Cara membaca tidak benar	1
		? Menemukan titik berat	5
	3.3. Menulis koordinat titik berat	? Tidak benar menentukan koordinat titik berat	1
		? Banyak bertanya	5
	3.4. Banyak bertanya	? tidak bertanya	1
		? Cara menyampaikan pendapatnya baik	5
3.5. Cara menyampaikan pendapat	? Kurang baik dalam menyampaikan pendapatnya.	1	

<b>IV</b>	<b>Kualitas Produk Kerja</b>		
	4.1. Penyelesaian Tugas	? Kualitas Tugasnya baik ? Kualitasnya rendah	7 1
	4.2. Penyelesaian Kegiatan Lab.	? Kualitas kegiatan lab.nya baik ? Kualitas rendah	5 1
	4.3. Penyelesaian Tes Formatif	? Skor Tes Formatifnya baik ? Skor Tes Formatif Rendah	8 1
	4.4. Penyelesaian Evaluasi	? Memahami Konsep dengan baik.	10
		? Kurang memahami konsep.	5
<b>V</b>	<b>Sikap / Etos Kerja</b>		
	5.1. Tanggung Jawab	? Membereskan kembali alat dan bahan yang telah dipergunakan. ? Tidak memberes-kan alat dan bahan.	2 1
	5.2. Ketelitian	? Tidak melakukan kesalahan kerja ? Banyak melakukan kesalahan kerja	3 1
	5.3. Inisiatif	? Memiliki inisiatif kerja ? Kurang memliki inisiatif	3 1
	5.4. Kemandirian	? Bekerja tanpa banyak perintah.	2
		? Bekerja dengan banyak perintah	1
<b>VI</b>	<b>Laporan</b>		
	6.1. Sistematika Peyusunan Laporan	? Laporan sesuai dengan sistematika yang telah ditentukan. ? Laporan tidak sesuai sistematika.	2 1
	6.2. Penyajian Pustaka	? Terdapat penyajian pustaka.	2
		? Tidak terdapat penyajian pustaka	1

	6.3. Penyajian Data	? Data disajikan dengan rapi.	2
		? Data tidak disajikan.	1
	6.4. Analisis Data	? Analisisnya benar.	2
		? Analisisnya salah.	1
	6.5. Penarikan Simpulan.	? Tepat dan benar	2
		? Simpulan kurang tepat.	1

## BAB IV. PENUTUP

---

Setelah menyelesaikan modul ini, anda berhak untuk mengikuti tes evaluasi untuk menguji kompetensi yang telah anda pelajari. Jika anda dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi modul ini, maka anda berhak untuk melanjutkan ke topik atau modul berikutnya.

Mintalah pada guru atau instruktur untuk melakukan uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan secara langsung oleh guru atau instruktur yang berkompeten jika anda telah menyelesaikan suatu kompetensi tertentu. Jika anda telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari guru atau instruktur atau berupa portofolio dapat dijadikan sebagai bahan verifikasi oleh asosiasi profesi, dan selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standart pemenuhan kompetensi tertentu dan bila memenuhi syarat anda berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh asosiasi profesi.



# Daftar Pustaka

---

- Foster, Bob, 2000. *Fisika SMU Kelas 3*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Halliday dan Resnick, 1991. *Fisika Jilid I (Terjemahan)*. Jakarta: Penerbit Erlangga.
- Halpern, A., 1988. *Schaum's 3000 Solved Problems in Physics*. Singapore: Mc Graw Hill.
- Hewitt, P.G., 1987. *Conceptual Physics*. California: Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- Kanginan, M., 2001. *Fisika 2000 SMU Kelas 3*. Jakarta: Penerbit Erlangga.