

KODE MAT. 02

LOGIKA



BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL
2004

Logika

p	q	$p \wedge q$	$\neg(p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
B	B	B	S	S	S
B	S	S	B	S	B
S	B	S	B	B	S
	S	S	B	B	B

$(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$	$(\neg p \wedge \neg q)$	$(p \wedge q)$
B	B	S
B	S	S
S		

Kode MAT.02

Logika

Penyusun:

Dra. Siti M. Amin, M.Pd.

Editor:

Dr. Manuharawati, MSi.

Dra. Kusriani, M.Pd.

**BAGIAN PROYEK PENGEMBANGAN KURIKULUM
DIREKTORAT PENDIDIKAN MENENGAH KEJURUAN
DIREKTORAT JENDERAL PENDIDIKAN DASAR DAN MENENGAH
DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL**

2004

Kata Pengantar

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas karunia dan hidayah-Nya, kami dapat menyusun bahan ajar modul manual untuk SMK Bidang Adaptif, yakni mata pelajaran Fisika, Kimia dan Matematika. Modul yang disusun ini menggunakan pendekatan pembelajaran berdasarkan kompetensi, sebagai konsekuensi logis dari Kurikulum SMK Edisi 2004 yang menggunakan pendekatan kompetensi (*CBT: Competency Based Training*).

Sumber dan bahan ajar pokok Kurikulum SMK Edisi 2004 adalah modul, baik modul manual maupun interaktif dengan mengacu pada Standar Kompetensi Nasional (SKN) atau standarisasi pada dunia kerja dan industri. Dengan modul ini, diharapkan digunakan sebagai sumber belajar pokok oleh peserta diklat untuk mencapai kompetensi kerja standar yang diharapkan dunia kerja dan industri.

Modul ini disusun melalui beberapa tahapan proses, yakni mulai dari penyiapan materi modul, penyusunan naskah secara tertulis, kemudian disetting dengan bantuan alat-alat komputer, serta divalidasi dan diujicobakan empirik secara terbatas. Validasi dilakukan dengan teknik telaah ahli (*expert-judgment*), sementara ujicoba empirik dilakukan pada beberapa peserta diklat SMK. Harapannya, modul yang telah disusun ini merupakan bahan dan sumber belajar yang berbobot untuk membekali peserta diklat kompetensi kerja yang diharapkan. Namun demikian, karena dinamika perubahan sains dan teknologi di industri begitu cepat terjadi, maka modul ini masih akan selalu dimintakan masukan untuk bahan perbaikan atau direvisi agar supaya selalu relevan dengan kondisi lapangan.

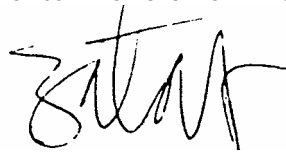
Pekerjaan berat ini dapat terselesaikan, tentu dengan banyaknya dukungan dan bantuan dari berbagai pihak yang perlu diberikan penghargaan dan ucapan terima kasih. Oleh karena itu, dalam kesempatan ini tidak

berlebihan bilamana disampaikan rasa terima kasih dan penghargaan yang sebesar-besarnya kepada berbagai pihak, terutama tim penyusun modul (penulis, editor, tenaga komputerisasi modul, tenaga ahli desain grafis) atas dedikasi, pengorbanan waktu, tenaga, dan pikiran untuk menyelesaikan penyusunan modul ini.

Kami mengharapkan saran dan kritik dari para pakar di bidang psikologi, praktisi dunia usaha dan industri, dan pakar akademik sebagai bahan untuk melakukan peningkatan kualitas modul. Diharapkan para pemakai berpegang pada azas keterlaksanaan, kesesuaian dan fleksibilitas, dengan mengacu pada perkembangan IPTEK pada dunia usaha dan industri dan potensi SMK dan dukungan dunia usaha industri dalam rangka membekali kompetensi yang terstandar pada peserta diklat.

Demikian, semoga modul ini dapat bermanfaat bagi kita semua, khususnya peserta diklat SMK Bidang Adaptif untuk mata pelajaran Matematika, Fisika, Kimia, atau praktisi yang sedang mengembangkan modul pembelajaran untuk SMK.

Jakarta, Desember 2004
a. n. Direktur Jenderal Pendidikan
Dasar dan Menengah
Direktur Pendidikan Menengah Kejuruan,



Dr. Ir. Gatot Hari Priowirjanto, M. Sc.
NIP 130 675 814

Kata Pengantar

Puji sukur kami haturkan ke hadirat Tuhan Yang Maha Esa atas segala karunianya, sehingga kami dapat menyelesaikan penulisan modul Logika Matematika untuk Sekolah Menengah Kejuruan. Penulisan buku ini berdasarkan Kurikulum SMK Edisi 2004.

Pada modul ini anda akan mempelajari logika matematika, yang meliputi pernyataan dan bukan pernyataan, berbagai macam kata hubung, invers, konvers, kontraposisi, dan pengambilan kesimpulan. Dengan mempelajari logika matematika diharapkan anda dapat berpikir kritis, logis, dan dapat mengambil kesimpulan dengan tepat.

Perkenankan kami mengucapkan terima kasih kepada Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan, Direktorat Jenderal Pendidikan Dasar dan Menengah, Departemen Pendidikan Nasional, yang telah memberikan kepercayaan kepada kami untuk menulis modul Logika Matematika ini.

Harapan kami semoga buku Logika Matematika ini dapat memberikan sumbangan yang bermakna bagi pendidikan kejuruan di tanah air. Kami menyambut gembira dan mengucapkan terima kasih terhadap semua pihak yang melakukan koreksi dan memberikan saran untuk perbaikan buku Logika Matematika ini.

Surabaya, Desember 2004

Penulis,

Siti M. Amin

DAFTAR ISI

📖 Halaman Sampul	i
📖 Halaman Francis	ii
📖 Kata Pengantar	iii
📖 Kata Pengantar	v
📖 Daftar Isi	vi
📖 Peta Kedudukan Modul.....	viii
📖 Daftar Judul Modul	ix
📖 Glosary	x

I. PENDAHULUAN

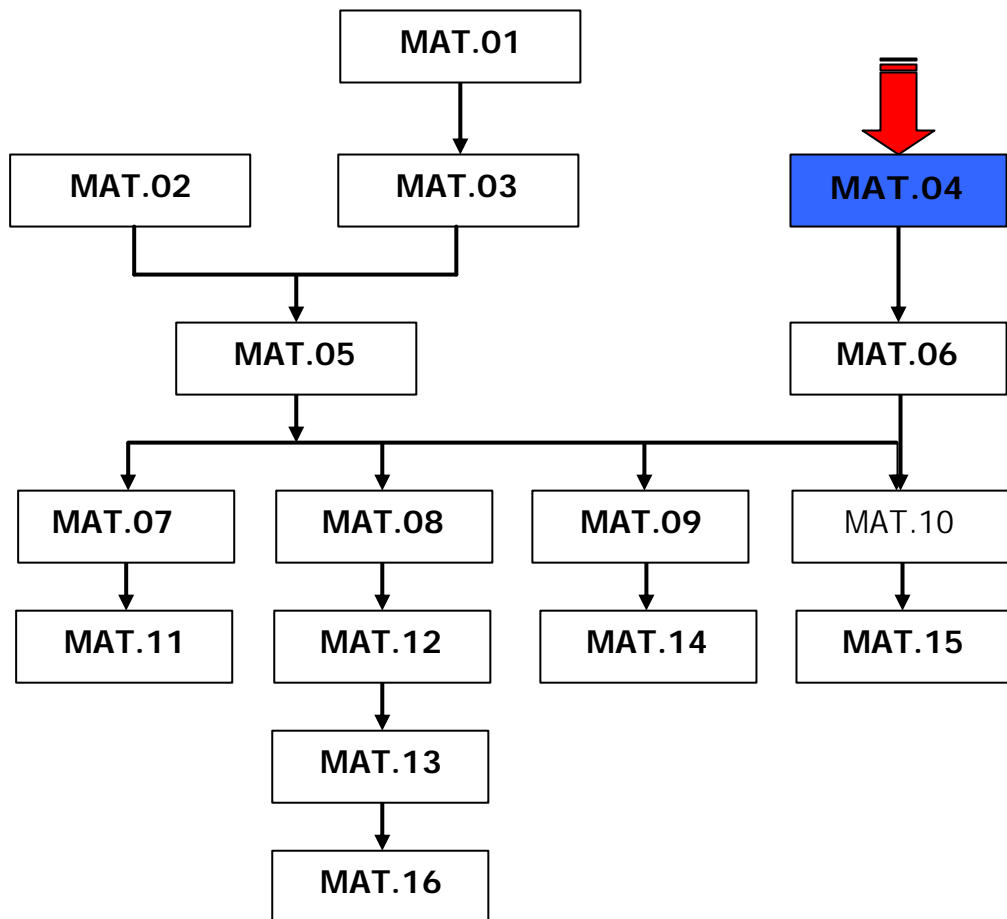
A. Deskripsi	1
B. Prasyarat	1
C. Petunjuk Penggunaan Modul.....	1
D. Tujuan Akhir	3
E. Kompetensi.....	4
F. Cek Kemampuan	5

II. PEMBELAJARAN

A. Rencana Belajar Peserta Diklat	6
B. Kegiatan Belajar	7
1. Kegiatan Belajar 1	7
a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran	7
b. Uraian Materi.....	7
c. Rangkuman	8
d. Tugas	9
e. Tes Formatif.....	10
f. Kunci Jawaban Formatif.....	11
2. Kegiatan Belajar 2	13
a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran	13
b. Uraian Materi.....	13
c. Rangkuman.....	23
d. Tugas	24
e. Tes Formatif.....	25
f. Kunci Jawaban Formatif.....	26

3. Kegiatan Belajar 3	29
a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran	29
b. Uraian Materi.....	29
c. Rangkuman	39
d. Kunci	39
e. Tes Formatif.....	41
f. Kunci Jawaban Tes Formatif.....	42
III. EVALUASI	46
KUNCI JAWABAN EVALUASI	48
KUNCI JAWABAN CEK KEMAMPUAN	50
IV. PENUTUP	52
DAFTAR PUSTAKA	53

PETA KEDUDUKAN MODUL



Daftar Judul Modul

No.	Kode Modul	Judul Modul
1	MAT.01	Matrik
2	MAT.02	Logika Matematika
3	MAT.03	Persamaan dan Pertidaksamaan
4	MAT.04	Geometri Dimensi Dua
5	MAT.05	Relasi Dan Fungsi
6	MAT.06	Geometri Dimensi Tiga
7	MAT.07	Peluang
8	MAT.08	Bilangan Real
9	MAT.09	Trigonometri
10	MAT.10	Irisan Kerucut
11	MAT.11	Statistika
12	MAT.12	Barisan
13	MAT.13	Aproksimasi Kesalahan
14	MAT.14	Program Linier
15	MAT.15	Vektor
16	MAT.16	Matematika Keuangan

Glossary

ISTILAH	KETERANGAN
Argumen	Rangkain premis dan konklusi.
Atom	Kalimat tunggal.
Biimplikasi	Biimplikasi 2 pernyataan p dan q, $p \leftrightarrow q$, bernilai benar, jika kedua atomnya bernilai sama.
Disjungsi	Disjungsi 2 pernyataan p dan q, $p \vee q$, bernilai benar, jika kedua atomnya bernilai benar.
Hipotesis	Pada implikasi $p \rightarrow q$, p disebut hipotesis
Implikasi	Implikasi 2 kalimat p dan q, $p \rightarrow q$, bernilai salah, jika p bernilai benar dan q bernilai salah.
Ingkaran	Jika p suatu kalimat yang bernilai benar, maka ingkarannya, $\neg p$ atau $\sim p$, merupakan kalimat yang bernilai salah dan sebaliknya.
Invers	Invers dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \vee \neg q$
Kalimat	Dalam logika matematika, kalimat seringkali digunakan sebagai kata lian dari pernyataan.
Kalimat sintetis	Kalimat yang dapat bernilai benar atau salah.
Kalimat terbuka	Kalimat yang memuat variabel.
Kesimpulan	Pada implikasi $p \rightarrow q$, q disebut konklusi.
Kesimpulan	Hasil dari suatu penarikan kesimpulan.
Konjungsi	Konjungsi 2 kalimat p dan q, $p \wedge q$, bernilai benar, jika paling sedikit satu atom bernilai benar.
Konklusi	Pada implikasi $p \rightarrow q$, q disebut konklusi.
Konklusi	Hasil dari suatu penarikan kesimpulan.
Konstanta	Lambang yang menyatakan anggota tertentu dari semesta pembicaraan.
Kontradiksi	Kalimat yang selalu bernilai salah.
Kontraposisi	Kontraposisi dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$
Konvers	Konvers dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$
Modus Tollens	Bentuk modus tollens adalah $p \rightarrow q$ $\neg q$

	$\neg p$
Modus Ponens	Bentuk modus ponens adalah $\frac{p \quad ? \quad q}{p} \quad q$
Negasi	Sama dengan ingkaran.
Nilai kebenaran suatu kalimat	Nilai benar atau salah dari suatu kalimat, tetapi tidak keduanya.
Pernyataan	Kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya.
Premis	Pernyataan yang digunakan untuk menarik suatu kesimpulan.
Silogisme	Bentuk silogisme adalah $\frac{p \quad ? \quad q}{q \quad ? \quad r} \quad p \quad ? \quad r$
Tautologi	Pernyataan yang selalu bernilai benar.
Valid	Suatu argumen dikatakan valid bila kesimpulan dalam argumen tersebut benar-benar diturunkan dari premis-premisnya.
Variabel	Lambang yang menyatakan anggota suatu dari semesta pembicaraan.

BAB I. PENDAHULUAN

A. Deskripsi

Dalam modul ini Anda akan mempelajari 4 Kegiatan Belajar. Kegiatan Belajar 1 adalah **Kalimat**, Kegiatan Belajar 2 adalah **Kata Hubung**, Kegiatan Belajar 3 adalah **Invers, Konvers, dan Kontraposisi**, dan Kegiatan Belajar 4 adalah **Penarikan Kesimpulan**. Dalam Kegiatan Belajar 1, yaitu Kalimat, akan diuraikan mengenai kalimat bermakna, tidak bermakna, kalimat terbuka, pernyataan dan bukan pernyataan, dan nilai kebenaran beserta penggunaannya dalam kehidupan sehari-hari. Dalam Kegiatan Belajar 2, yaitu Kata Hubung, akan diuraikan mengenai ingkaran, konjungsi, disjungsi, implikasi, dan biimplikasi, ingkaran kalimat majemuk beserta tabel kebenaran untuk setiap kata hubung dan kegunaannya dalam kehidupan sehari-hari. Dalam Kegiatan Belajar 3, yaitu Invers, Konvers, dan Kontraposisi akan diuraikan mengenai Invers, Konvers, dan Kontraposisi suatu Implikasi beserta tabel kebenaran masing-masing dan kegunaannya dalam kehidupan sehari-hari. Dalam Kegiatan Belajar 4, yaitu Penarikan Kesimpulan akan diuraikan mengenai berbagai cara penarikan kesimpulan, yaitu: Modus ponens, modus tolens, dan silogisme, serta penggunaannya dalam kehidupan sehari-hari.

B. Prasyarat

Untuk mempelajari modul ini tidak diperlukan adanya prasyarat.

C. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini, hal-hal yang perlu Anda lakukan adalah sebagai berikut:

1. Pelajari daftar isi serta skema modul dengan cermat, karena daftar isi dan skema akan menuntun Anda dalam mempelajari modul ini dan kaitannya dengan modul-modul yang lain.
2. Untuk mempelajari modul ini haruslah berurutan, karena materi yang mendahului merupakan prasyarat untuk mempelajari materi berikutnya.
3. Pahami contoh-contoh soal yang ada, dan kerjakanlah semua soal latihan yang ada. Jika dalam mengerjakan soal Anda menemui kesulitan, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
4. Kerjakanlah soal evaluasi dengan cermat. Jika Anda menemui kesulitan dalam mengerjakan soal evaluasi, kembalilah mempelajari materi yang terkait.
5. Jika Anda mempunyai kesulitan yang tidak dapat Anda pecahkan, catatlah, kemudian tanyakan kepada guru pada saat kegiatan tatap muka atau bacalah referensi lain yang berhubungan dengan materi modul ini. Dengan membaca referensi lain, Anda juga akan mendapatkan pengetahuan tambahan.

D. Tujuan Akhir

Setelah mempelajari modul ini diharapkan Anda dapat:

1. menentukan pernyataan dan bukan pernyataan yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari,
2. menentukan nilai kebenaran suatu kalimat yang dijumpai dalam kehidupan sehari-hari,
3. menentukan nilai kebenaran suatu kalimat majemuk dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari,
4. Menentukan kalimat yang ekuivalen dengan suatu kalimat yang diketahui,

5. menentukan invers, konvers, dan kontraposisi dari suatu implikasi serta menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari, B
6. menggunakan modus ponens, modus tolens, dan silogisme untuk menarik kesimpulan.

E. Kompetensi

KOMPETENSI : LOGIKA
 PROGRAM KEAHLIAN : program adaptif
 KODE : MATEMATIKA/MAT 02
 DURASI PEMBELAJARAN : 25 Jam @ 45 menit

SUB KOMPETENSI	KRITERIA KINERJA	LINGKUP BELAJAR	MATERI POKOK PEMBELAJARAN		
			SIKAP	PENGETAHUAN	KETERAMPILAN
1. Mendeskripsikan pernyataan dan bukan pernyataan (kalimat terbuka)	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Pernyataan dibedakan dari bukan pernyataan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Pernyataan dan bukan pernyataan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Kritis dan logis dalam menarik kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Kalimat berarti dan tidak berarti ☒ Kalimat terbuka ☒ Pernyataan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Mengambil keputusan dengan cepat
2. Mendeskripsikan ingkaran, konjungsi, disjungsi, implikasi, biimplikasi dan ingkarannya	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Konjungsi, disjungsi, implikasi, biimplikasi dan ingkarannya ditentukan nilai kebenarannya 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Ingkaran, Konjungsi, disjungsi, implikasi, biimplikasi dan ingkarannya 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Kritis dan logis dalam menarik kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Ingkaran ☒ Konjungsi ☒ Disjungsi ☒ Implikasi ☒ Biimplikasi ☒ Ingkaran kalimat majemuk 	
3. Mendeskripsikan Invers, Konvers dan Kontraposisi	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Invers, Konvers dan Kontraposisi ditentukan dari suatu implikasi 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Invers, Konvers dan Kontraposisi dari implikasi 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Kritis dan logis dalam menarik kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Invers ☒ Konvers ☒ Kontraposisi 	
4. Menerapkan modus ponens, modus tollens dan prinsip silogisme dalam menarik kesimpulan	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Modus ponens, modus tollens dan silogisme digunakan untuk menarik kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Penarikan kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Kritis dan logis dalam menarik kesimpulan 	<ul style="list-style-type: none"> ☒ Penarikan kesimpulan: <ul style="list-style-type: none"> - Modus ponens - Modus tollens - Silogisme 	

F. Cek Kemampuan

Kerjakanlah soal-soal berikut ini. Jika Anda merasa dapat mengerjakan semua soal berikut ini, maka Anda dapat langsung mengerjakan soal-soal Evaluasi pada BAB III.

1. Buatlah contoh kalimat bermakna, kalimat tidak bermakna, kalimat terbuka, dan pernyataan.
2. Tentukan nilai kebenaran dari kalimat-kalimat berikut:
 - a. Anak yang diterima di SMK adalah anak yang sudah lulus SMP dan rata-rata DANEM-nya lebih dari 7,5.
 - b. Surabaya di Jawa Timur atau Jawa Barat.
 - c. Jika $2 + 3 = 23$, maka Indonesia merupakan salah satu negara di Asia.
 - d. $25 = 20 + 5$ bila dan hanya bila Bali berada di Australia.
3. Tentukan ingkaran dari kalimat-kalimat pada soal nomor 2 di atas.
4. Tentuka invers, konvers, dan kontraposisi dari: Jika saya lapar, maka saya makan.
5. Tentukan kesimpulan yang dapat diambil dari premis-premis berikut.
 - a. Jika saya naik kelas, maka kamu saya belikan nasi goreng.
Saya naik kelas.
.....
.....
 - b. Jika tidak hujan, maka saya akan belajar di rumahmu.
Saya tidak belajar di rumahmu.
.....
.....
 - c. Jika 12 habis dibagi 6, maka 6 habis dibagi 2.
Jika 6 habis dibagi 2, maka Jakarta ibukota Indonesia.
.....
.....
.....

B. KEGIATAN BELAJAR

1. Kegiatan Belajar 1

a. Tujuan Kegiatan Pembelajaran 1

Setelah mempelajari kegiatan belajar 1, diharapkan Anda dapat:

- ✍ menentukan suatu kalimat bermakna atau tidak
- ✍ memberi contoh pernyataan dan bukan pernyataan
- ✍ memberi contoh pernyataan yang bernilai benar atau salah
- ✍ mengubah kalimat terbuka menjadi pernyataan yang bernilai benar atau salah.

b. Uraian Materi 1

Untuk melakukan percakapan dalam kehidupan sehari-hari, kita selalu menggunakan kalimat. Kalimat adalah rangkaian dari kata-kata. Perhatikan kalimat-kalimat berikut:

- 1) Pontianak berada di pulau Kalimantan.
- 2) Lima lebih dari 7.
- 3) Surabaya lebih jauh dari Jakarta.
- 4) Tujuh mencintai lima.
- 5) Kerjakan soal latihan dalam buku ini dengan baik!.
- 6) Bilangan asli yang kurang dari 5.
- 7) Mawar merah.
- 8) Di mana alamat rumahmu?.

Kalimat-kalimat di atas dapat Anda pahami dengan baik, kecuali kalimat 4), karena kalimat-kalimat tersebut **bermakna** atau **berarti**. Sedangkan kalimat 4) adalah kalimat yang **tidak bermakna** atau **tidak berarti**, karena tidak ada hubungan mencintai antar bilangan.

Sekarang perhatikan kalimat-kalimat yang bermakna, yaitu:

- 1) Pontianak berada di pulau Kalimantan.

- 2) Lima lebih dari 7.
- 3) Surabaya lebih jauh dari Jakarta.
- 4) Kerjakan soal latihan dalam buku ini dengan baik!.
- 5) Bilangan asli yang kurang dari 5.
- 6) Mawar merah.
- 7) Dimana alamat rumahmu?.

Tentunya Anda tahu bahwa:

- ? Kalimat 1) dan 6) adalah kalimat yang benar, karena sesuai dengan kenyataan Pontianak memang berada di pulau Kalimantan dan ada mawar yang berwarna merah.
- ? Kalimat 2) adalah kalimat yang salah, karena lima tidak lebih dari 7. Kalimat ini dapat diubah menjadi kalimat yang benar, yaitu: Lima kurang dari 7.
- ? Kalimat 3), 4), 5), dan 7) tidak dapat ditentukan benar atau salah.
Benar atau salahnya kalimat 3) bergantung dari tempat dimana kalimat itu diucapkan. Jika kalimat itu diucapkan oleh orang yang berada di Medan, kalimat itu benar, tetapi kalimat itu salah jika diucapkan orang yang berada di Bandung.
Benar atau salahnya kalimat 5) bergantung pada bilangan asli tertentu. Kalau bilangan asli pada kalimat itu diganti dengan bilangan 1, 2, 3, atau 4, maka kalimat tersebut menjadi benar. Tetapi bila bilangan asli pada kalimat itu diganti dengan 5, 6, 7,... (dan seterusnya), kalimat itu menjadi kalimat yang salah.
Kalimat 4) tidak dapat ditentukan benar atau salahnya, karena kalimat tersebut adalah kalimat perintah.
Kalimat 7) juga tidak dapat ditentukan benar atau salah, karena kalimat tersebut kalimat tanya.

Kalimat yang dapat ditentukan benar atau salah disebut **pernyataan**.
Kalimat yang tidak dapat ditentukan benar atau salah **bukan pernyataan**.

Nilai benar atau salah dari suatu kalimat disebut **nilai kebenaran** kalimat tersebut. Suatu pernyataan hanya dapat bernilai benar atau salah saja, tidak dapat keduanya sekaligus.

Di atas dikatakan bahwa kalimat 3) dan 5) dapat diubah menjadi kalimat yang bernilai benar atau salah. Kalimat 3) dapat diubah menjadi kalimat yang benar atau salah dengan melihat tempat orang yang mengatakan kalimat tersebut. Kalimat 5) dapat diubah menjadi kalimat benar atau salah dengan mengganti bilangan asli dengan bilangan tertentu. Tempat orang yang mengatakan kalimat 3) dan bilangan asli di kalimat 5) dapat diubah-ubah sesuai dengan keinginan Anda.

Sesuatu yang berubah-ubah disebut **variabel**. Seringkali orang mengatakan bahwa variabel adalah lambang untuk menyatakan anggota suatu himpunan semesta. Kalimat yang memuat variabel disebut **kalimat terbuka**. Variabel pada kalimat 3) adalah tempat orang yang mengatakan kalimat tersebut. Sedangkan variabel pada kalimat 5) adalah bilangan asli. Variabel seringkali dinyatakan dengan huruf-huruf akhir abjad (x, y, z). Sedangkan huruf-huruf awal abjad (a, b, c, \dots) digunakan untuk menyatakan **konstanta**, yaitu sesuatu yang tetap. Orang sering mengatakan bahwa konstanta adalah lambang untuk menyatakan anggota tertentu dari himpunan semesta. Contoh $ax + by = c$. x dan y merupakan variabel dan a, b, c merupakan konstanta pada himpunan bilangan riil.

c. Rangkuman 1

Pernyataan adalah kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Nilai kebenaran suatu kalimat adalah benar atau salah, tetapi tidak keduanya.

Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat variabel.

Variabel adalah lambang untuk menyatakan anggota suatu dari semesta pembicaraan atau himpunan semesta.

Konstanta adalah lambang untuk menyatakan anggota tertentu dari semesta pembicaraan atau himpunan semesta.

d. Tugas 1

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

- 1) Tentukan mana di antara kalimat-kalimat berikut yang merupakan pernyataan.
 - a) Enam habis dibagi 3.
 - b) Hasil kali 3 dan 4 adalah 16.
 - c) Jumlah dari 3 dan 5 adalah merah.
 - d) Apakah Anda sudah belajar dengan baik?
 - e) Silahkan Anda membaca buku di perpustakaan!
 - f) $2x = 10$
- 2) Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan yang ada di soal nomor 1).
- 3) Adakah kalimat terbuka pada soal nomor 1)? Jika ada ubahlah kalimat tersebut menjadi pernyataan yang bernilai benar.
- 4) Tentukan kalimat yang bermakna dari kalimat-kalimat yang ada di soal nomor 1).
- 5) Buatlah contoh dari:
 - a) pernyataan
 - b) kalimat terbuka

e. Tes Formatif 1

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

- 1) Tentukan mana di antara kalimat-kalimat berikut yang merupakan pernyataan atau bukan pernyataan.
 - a) Sembilan ditambah tujuh sama dengan empat belas.
 - b) Saya berharap Anda selalu dalam keadaan sehat.
 - c) $3x + 4 = 19$.
 - d) 7 adalah bilangan prima.

- e) Melalui 2 titik dapat dibuat sebuah garis
- 2) Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan yang ada di soal nomor 1). Jika ada pernyataan yang bernilai salah, ubahlah pernyataan tersebut menjadi pernyataan yang bernilai benar.
- 3) Adakah kalimat terbuka pada soal nomor 1)? Jika ada ubahlah kalimat tersebut menjadi pernyataan yang bernilai benar.
- 4) Tentukan kalimat yang bermakna dari kalimat-kalimat yang ada di soal nomor 1).
- 5) Buatlah contoh
 - a) pernyataan, dan setelah itu tentukan nilai kebenarannya
 - b) kalimat terbuka, dan setelah itu tentukan variabelnya.

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 1

- 1) Berikut disajikan pernyataan atau bukan pernyataan dari kalimat-kalimat yang terdapat pada soal nomor 1).
 - a) Sembilan ditambah tujuh sama dengan empat belas. Kalimat ini merupakan **pernyataan**.
 - b) Saya berharap Anda selalu dalam keadaan sehat. Kalimat ini **bukan pernyataan**.
 - c) $3x + 4 = 19$. Kalimat ini **bukan pernyataan**.
 - d) 7 adalah bilangan prima. Kalimat ini adalah **pernyataan**.
 - e) Melalui 2 titik dapat dibuat sebuah garis. Kalimat ini merupakan **pernyataan**.
- 2) Berikut disajikan nilai kebenaran dari pernyataan di Soal nomor 1).
 - a) Sembilan ditambah tujuh sama dengan empat belas. Kalimat ini merupakan pernyataan yang bernilai **salah**. Kalimat ini dapat diubah menjadi:
Sembilan ditambah tujuh sama dengan enam belas.
Atau
Sembilan ditambah lima sama dengan empat belas.

Atau

Tujuh ditambah tujuh sama dengan empat belas.

- b) 7 adalah bilangan prima. Kalimat ini adalah pernyataan yang bernilai **benar**.
- c) Melalui 2 titik dapat dibuat sebuah garis. Kalimat ini merupakan pernyataan yang bernilai **benar**.
- 3) Diantara kalimat-kalimat pada soal nomor 1) yang merupakan kalimat terbuka adalah kalimat pada soal c) yaitu $3x + 4 = 19$. Agar kalimat tersebut menjadi benar x diganti dengan 5, sehingga kalimat menjadi $3 \cdot 5 + 4 = 19$.
- 4) Semua kalimat di soal nomor 1) adalah kalimat yang bermakna.
- 5) a) Berikut disajikan beberapa contoh pernyataan.
- $4 + 12 = 412$, merupakan pernyataan yang salah.
- Satu minggu terdiri dari 7 hari, merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- Tahun kabisat adalah tahun yang lamanya 366 hari, merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- $12 > 15$, merupakan pernyataan yang bernilai salah.
- Bali adalah salah satu pulau tujuan wisata yang ada di Indonesia, merupakan pernyataan yang bernilai benar.
- b) Berikut disajikan beberapa contoh kalimat terbuka.
- Siswa yang duduk di bawah pohon. Variabel pada kalimat ini adalah siswa.
- $2x - 15 = 10$. Variabel pada kalimat ini adalah x .
- $3y + 2x = 6$. Variabel pada kalimat ini adalah x dan y .
- $15:4 = 3 + y$. Variabel pada kalimat ini adalah y .
- Bilangan yang habis dibagi 7. Variabel pada kalimat ini adalah bilangan.

2. Kegiatan Belajar 2

a. Tujuan Kegiatan Belajar 2

Setelah mempelajari kegiatan belajar 2, diharapkan Anda dapat:

- ✍ menentukan ingkaran suatu pernyataan, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
- ✍ menentukan konjungsi beberapa pernyataan, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
- ✍ menentukan disjungsi beberapa pernyataan, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
- ✍ menentukan implikasi beberapa pernyataan, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
- ✍ menentukan biimplikasi beberapa pernyataan, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.
- ✍ menentukan ingkaran pernyataan majemuk, menentukan nilai kebenarannya, dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

b. Uraian Materi 2

Pada kegiatan belajar ini Anda mempelajari beberapa kata hubung yang berguna untuk merangkai beberapa pernyataan. Rangkaian pernyataan-pernyataan tersebut dinamakan **pernyataan majemuk** atau **kalimat majemuk**. Karena itulah pada uraian berikutnya, suatu pernyataan seringkali disebut sebagai kalimat.

Kata hubung yang sering Anda jumpai dalam percakapan sehari-hari adalah: dan, atau, walaupun, meskipun, jika..., maka.... Dalam logika matematika kata hubung yang Anda pelajari adalah: tidak (ingkaran), dan (konjungsi), atau (disjungsi), jika..., maka... (implikasi), jika dan hanya jika (biimplikasi), dan ingkaran kalimat majemuk. Untuk memudahkan Anda mempelajarinya, kalimat-kalimat tersebut akan dinyatakan dengan huruf kecil,

misal: p, q, r, dan sebagainya. Kalimat pembentuk kalimat majemuk disebut **atom**.

1. Ingkaran

Perhatikan kalimat: 'Butet rajin belajar'. Anda dapat membuat **ingkaran** atau **negasi** kalimat tersebut yang bunyinya: 'Butet tidak rajin belajar'. Jika kenyataan menunjukkan bahwa:

Butet memang anak yang rajin belajar, maka kalimat: 'Butet rajin belajar' adalah kalimat yang bernilai benar. Sedangkan kalimat: 'Butet tidak rajin belajar' merupakan kalimat yang bernilai salah.

Sebaliknya, jika kenyataan menunjukkan bahwa Butet anak yang tidak rajin belajar, maka kalimat: 'Butet rajin belajar' adalah kalimat yang bernilai salah dan kalimat: 'Butet tidak rajin belajar' adalah kalimat yang bernilai benar. Kalimat: 'Butet tidak rajin belajar', seringkali dikatakan: 'Tidak benar bahwa Butet rajin belajar'.

Inkaran dari suatu kalimat p, ditulis: $\neg p$ atau $\sim p$. Jika p: 'Butet rajin belajar', maka $\neg p$: 'Tidak benar bahwa Butet rajin belajar'. $\neg p$ dapat pula berbunyi: 'Butet tidak rajin belajar'.

Nilai kebenaran dari suatu pernyataan p dan $\neg p$ disajikan pada tabel berikut, yang disebut **tabel kebenaran**.

p	$\neg p$
Benar	Salah
Salah	Benar

Untuk selanjutnya jika nilai kebenaran suatu kalimat benar, akan ditulis B. Jika nilai kebenaran suatu kalimat salah ditulis S. Sehingga tabel di atas cukup disajikan sebagai berikut.

p	$\neg p$
B	S

S	B
---	---

B dan S juga digunakan untuk menyatakan nilai kebenaran suatu kalimat.

Contoh:

p: 'Panji berkacamata' (S), berarti p bernilai salah. Karena menurut kenyataan, Panji tidak berkacamata. Dengan demikian $\neg p$ bernilai benar. Hal ini disajikan sebagai: $\neg p$: 'Panji tidak berkacamata' (B).

2. Konjungsi

Perhatikan kalimat: 'Saya makan lontong sate'. Kalimat itu sebenarnya terdiri dari dua kalimat, yaitu:

Kalimat pertama: 'Saya makan lontong'.

Kalimat kedua: 'Saya makan sate'.

Kedua kalimat itu dihubungkan dengan kata hubung dan, sehingga menjadi: 'Saya makan lontong dan saya makan sate'.

Kalimat ini dalam kehidupan sehari-hari dikatakan: 'Saya makan lontong sate'.

Dua kalimat yang dihubungkan dengan kata **dan**, merupakan kalimat majemuk yang disebut **konjungsi**. Perhatikan lagi:

p: Saya makan lontong.

q: Saya makan sate.

Konjungsi dari p dan q dinyatakan sebagai:

$p \wedge q$: Saya makan lontong sate.

Berikut adalah tabel kebenaran untuk konjungsi.

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S

S	S	S
---	---	---

Dari tabel di atas terlihat bahwa nilai kebenaran dari suatu konjungsi tidak bergantung pada ada tidaknya hubungan antara kedua atomnya, tetapi bergantung pada nilai kebenaran dari atom-atomnya.

Contoh:

'Bandung di Jawa Barat dan 2 bilangan prima'. Kalimat itu merupakan kalimat yang benar, karena:

p: Bandung di Jawa Barat (B).

q: 2 bilangan prima (B).

$p \wedge q$: Bandung di Jawa Barat dan 2 bilangan prima (B).

Dalam kehidupan sehari-hari konjungsi tidak selalu dihubungkan dengan kata dan, misal:

- Yoga berambut lurus, sedangkan kakaknya berambut keriting.
- Meskipun baru berumur 2 tahun, Ica sudah pandai bicara.
- Cika anak yang sehat, walaupun badannya kecil.
- Dika berbadan gemuk, tetapi dia susah makan.

Untuk selanjutnya nilai kebenaran dari suatu kalimat majemuk ditentukan oleh nilai kebenaran dari atom-atomnya, meskipun atom-atom tersebut tidak saling berkaitan.

3. Disjungsi

Perhatikan kalimat:

'Uki siswa pandai atau rajin'.

Pada kalimat tersebut Anda dapat membuat dua tafsiran berikut:

- 'Uki siswa yang pandai', atau 'Uki siswa yang rajin', atau 'Uki siswa yang pandai dan rajin'.
- 'Uki siswa yang pandai', atau 'Uki siswa yang rajin', tetapi tidak keduanya.

Kalimat: 'Uki siswa pandai atau rajin' merupakan kalimat majemuk yang disebut **disjungsi inklusif**. Disjungsi eksklusif dari p dan q dinyatakan sebagai $p \vee q$. Tabel kebenaran dari disjungsi inklusif sebagai berikut:

p	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Sekarang perhatikan kalimat: 'Ria di rumah atau di sekolah'.

Pada kalimat tersebut, Anda hanya dapat membuat tafsiran:

- 'Ria di rumah', atau 'Ria di sekolah', tetapi tidak keduanya.

Kalimat: 'Ria di rumah atau di sekolah' merupakan kalimat majemuk yang disebut **disjungsi eksklusif**. Disjungsi eksklusif dari p dan q dinyatakan sebagai $p \oplus q$. Tabel kebenaran dari disjungsi eksklusif sebagai berikut:

p	q	$p \oplus q$
B	B	S
B	S	B
S	B	B
S	S	S

4. Implikasi

Banyak pernyataan, khususnya dalam matematika yang berbentuk 'jika p , maka q '. Kalimat seperti itu disebut **implikasi** atau **kondisional**. Suatu implikasi 'jika p , maka q ' dinyatakan sebagai $p \rightarrow q$. Pada implikasi $p \rightarrow q$, p disebut **hipotesis** dan q disebut **konklusi** atau **kesimpulan**.

Implikasi $p \rightarrow q$ dapat dibaca:

- a) Jika p, maka q
- b) p mengakibatkan q
- c) p hanya jika q
- d) q jika p
- e) q asal p

Tabel kebenaran untuk implikasi sebagai berikut:

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Berdasarkan tabel kebenaran di atas, berikut akan diberikan beberapa contoh penentuan nilai kebenaran suatu implikasi.

Contoh:

? p: London di Inggris. (B)

q: $2 + 2 = 5$. (S)

$p \rightarrow q$: Jika London di Inggris, maka $2 + 2 = 5$. (S)

? p: Paris di Australia. (S)

q: Jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 270° . (S)

$p \rightarrow q$: Jika Paris di Australia, maka jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 270° . (B)

? p: Jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil. (S)

q: Jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 180° . (B)

$p \rightarrow q$: Jika jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil, maka jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 180° . (B)

? p: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. (B)

q: Pangeran Diponegoro dimakamkan di Makasar. (B)

$p \rightarrow q$: Jika $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$, maka Pangeran Diponegoro dimakamkan di
Makasar. (B)

5. Biimplikasi

Perhatikan kalimat berikut: 'Segitiga adalah bangun datar yang mempunyai 3 sisi', yang bernilai benar. Kalimat ini dapat mempunyai 2 makna, yaitu:

- Jika suatu bangun berbentuk segitiga, maka bangun tersebut mempunyai 3 sisi. (B)
- Jika suatu bangun mempunyai 3 sisi, maka bangun tersebut berbentuk segitiga. (B)

Kedua kalimat tersebut dapat dirangkai menjadi satu kalimat majemuk dengan kata hubung dan, sehingga berbunyi: 'Jika suatu bangun berbentuk segitiga, maka bangun tersebut mempunyai 3 sisi' dan 'jika suatu bangun mempunyai 3 sisi, maka bangun tersebut berbentuk segitiga'. (B)

Kalimat majemuk tersebut dapat disederhanakan sehingga berbunyi: 'Suatu bangun mempunyai 3 sisi jika dan hanya jika bangun tersebut berbentuk segitiga', yang berbentuk 'p jika dan hanya jika q'. Kalimat majemuk seperti itu sering dijumpai dalam matematika.

Kalimat yang berbentuk 'p jika dan hanya jika q' disebut **biimplikasi** atau **bikondisional**. Suatu biimplikasi 'p jika dan hanya jika q' dinyatakan sebagai $p \leftrightarrow q$.

Biimplikasi $p \leftrightarrow q$ dapat dibaca:

- a) p jika dan hanya jika q
- b) p bila dan hanya bila q

Tabel kebenaran untuk biimplikasi sebagai berikut:

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

Berdasarkan tabel kebenaran di atas, berikut akan diberikan beberapa contoh penentuan nilai kebenaran suatu biimplikasi.

Contoh:

? p: London di Inggris. (B)

q: $2 + 2 = 5$. (S)

$p \rightarrow q$: London di Inggris jika dan hanya jika $2 + 2 = 5$. (S)

? p: Paris di Australia. (S)

q: Jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 270° . (S)

$p \rightarrow q$: Paris di Australia jika dan hanya jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 270° . (B)

? p: Jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil. (S)

q: Jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 180° . (B)

$p \rightarrow q$: Jumlah dua bilangan ganjil adalah bilangan ganjil jika dan hanya jika jumlah besar sudut dalam suatu segitiga 180° . (S)

? p: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$. (B)

q: Pangeran Diponegoro dimakamkan di Makasar. (B)

$p \rightarrow q$: $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ bila dan hanya bila Pangeran Diponegoro dimakamkan di Makasar. (B)

6. Ingkaran kalimat majemuk

Jika ada suatu kalimat majemuk, bagaimana Anda membuat ingkarannya? Bagaimanakah Anda menentukan nilai kebenaran dari

ingkaran tersebut? Cobalah buat ingkaran dari: 'Saya ke sekolah naik sepeda'. Ya, Anda dapat mengatakan bahwa ingkaran dari kalimat tersebut adalah: 'Tidak benar bahwa saya ke sekolah naik sepeda'.

Apa tafsiran Anda terhadap kalimat 'Tidak benar bahwa saya ke sekolah naik sepeda?' Anda dapat membuat tafsiran berikut:

'Saya tidak ke sekolah atau saya tidak naik sepeda'.

'Saya tidak ke sekolah atau saya tidak naik sepeda' merupakan ingkaran dari 'Saya ke sekolah naik sepeda', yang dapat dikatakan dengan cara lain, yaitu: 'Saya ke sekolah dan saya naik sepeda'.

Jika p : Saya ke sekolah.

q : Saya naik sepeda.

maka 'Saya ke sekolah naik sepeda' dapat dinyatakan dengan $p \wedge q$.

Sedangkan 'Saya tidak ke sekolah atau saya tidak naik sepeda' dapat dinyatakan dengan $\neg p \vee \neg q$.

Dengan demikian dapat Anda simpulkan bahwa $\neg (p \wedge q)$ adalah $\neg p \vee \neg q$.

Marilah kita coba mengeceknya dengan tabel kebenaran berikut:

p	q	$p \wedge q$	$\neg (p \wedge q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \vee \neg q$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	S	S
B	S	S	B	S	B	B
S	B	S	B	B	S	B
S	S	S	B	B	B	B

Perhatikan nilai kebenaran yang untuk $\neg (p \wedge q)$ yang terdapat pada kolom (4) sama dengan nilai kebenaran untuk $\neg p \vee \neg q$. Jadi dapat Anda simpulkan bahwa: $\neg (p \wedge q) = \neg p \vee \neg q$.

Sekarang coba Anda membuat ingkaran dari: 'Ira minum es atau teh'. Ya, Anda dapat mengatakan bahwa ingkaran dari kalimat tersebut adalah: 'Tidak benar bahwa Ira minum es atau teh'.

Apa tafsiran Anda terhadap kalimat 'Tidak benar bahwa Ira minum es atau teh?' Anda dapat membuat tafsiran berikut:

'Ira tidak minum es dan Ira tidak minum teh'.

'Ira tidak minum es dan Ira tidak minum teh' merupakan ingkaran dari 'Ira minum es atau teh', yang dapat dikatakan dengan cara lain, yaitu: 'Ira minum es atau Ira minum teh'.

Jika p : Ira minum es.

q : Ira minum teh.

maka 'Ira minum es atau teh' dapat dinyatakan dengan $p \vee q$. Sedangkan 'Ira tidak minum es dan Ira tidak minum teh' dapat dinyatakan dengan $\neg p \wedge \neg q$.

Dengan demikian dapat Anda simpulkan bahwa $\neg (p \vee q)$ adalah $\neg p \wedge \neg q$.

Marilah kita coba mengeceknya dengan tabel kebenaran berikut:

p	q	$p \vee q$	$\neg (p \vee q)$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \wedge \neg q$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	S	S
B	S	B	S	S	B	S
S	B	B	S	B	S	B
S	S	S	B	B	B	B

Perhatikan nilai kebenaran yang untuk $\neg (p \vee q)$ yang terdapat pada kolom (4) sama dengan nilai kebenaran untuk $\neg p \wedge \neg q$. Jadi dapat Anda simpulkan bahwa: $\neg (p \vee q) = \neg p \wedge \neg q$.

c. Rangkuman 2

Inkaran p atau **negasi p** dinyatakan dengan $\neg p$, yang tabel kebenarannya sebagai berikut:

p	$\neg p$
B	S
S	B

Konjungsi p dan q dinyatakan dengan $p \wedge q$, yang tabel kebenarannya adalah:

p	q	$p \wedge q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	S

Disjungsi p dan q dinyatakan dengan $p \vee q$, yang tabel kebenarannya adalah:

P	q	$p \vee q$
B	B	B
B	S	B
S	B	B
S	S	S

Implikasi p dan q dinyatakan dengan $p \rightarrow q$, yang tabel kebenarannya adalah:

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	B
S	S	B

Pada implikasi $p \rightarrow q$, p disebut **hipotesisi** dan q disebut **konklusi** atau **kesimpulan**.

Bimplikasi p dan q dinyatakan dengan $p \rightarrow q$, yang tabel kebenarannya adalah:

p	q	$p \rightarrow q$
B	B	B
B	S	S
S	B	S
S	S	B

d. Tugas 2

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

1) Misal p menyatakan 'Hari ini mendung' dan q menyatakan 'Hari ini hujan'.

Tuliskan kalimat yang dinyatakan dengan simbol-simbol berikut:

- | | |
|----------------------|---|
| a) $\neg p$ | f) $\neg q \rightarrow \neg p$ |
| b) $p \rightarrow q$ | g) $\neg p \rightarrow \neg q$ |
| c) $p \rightarrow q$ | h) $p \rightarrow \neg q$ |
| d) $p \rightarrow q$ | i) $(p \rightarrow \neg q) \rightarrow p$ |
| e) $p \rightarrow q$ | j) $\neg p \rightarrow \neg q$ |

2) Misal p menyatakan 'Duta ganteng' dan q menyatakan 'Diana cantik'.

Tuliskan kalimat-kalimat berikut dalam bentuk simbol dengan menggunakan p dan q.

- Duta ganteng dan Diana cantik.
- Duta tidak ganteng jika Diana tidak cantik.
- Diana cantik atau Duta tidak ganteng.
- Diana tidak cantik bila dan hanya bila Duta tidak ganteng.
- Tidak benar bahwa Diana tidak cantik dan Duta tidak ganteng.

3) Tentukan nilai kebenaran dari:

- Jika $3 + 2 = 23$, maka $4^2 = 42$.
- New York di Italia jika dan hanya jika 3 bilangan ganjil.
- Tidak benar bahwa $10 - 5 = 15$ dan $25 - 5 = 20$.

- d) Samarinda di Sulawesi atau ibukota Kalimantan Timur bukan Samarinda.
- e) Hasil bagi 52 oleh 13 adalah 4 dan tidak benar bahwa $2 + 4 \neq 6$
- 4) Buatlah tabel kebenaran dari setiap kalimat majemuk berikut:
- $(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
 - $(p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg q)$
 - $\neg (p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg q)$
- 5) Misal nilai kebenaran p, q, dan r berturut-turut B, S, dan B. Tentukan nilai kebenaran dari:
- $(p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg r)$
 - $\{ (p \wedge q) \wedge p \} \wedge q$
 - $\{ (p \wedge q) \wedge (q \wedge r) \} \wedge (p \wedge r)$

e. Tes Formatif 2

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

- 1) Misal p menyatakan 'Tatak pandai' dan q menyatakan 'Alfa rajin'. Tulislah kalimat yang dinyatakan dengan simbol-simbol berikut:
- $\neg p \wedge q$
 - $p \wedge \neg q$
 - $\neg (p \wedge q)$
- 2) Misal p menyatakan 'Nyoman tinggal di Semarang' dan q menyatakan 'Upik lahir di Padang'. Tulislah kalimat-kalimat berikut dalam bentuk simbol dengan menggunakan p dan q.
- Nyoman tinggal di Semarang hanya jika Upik lahir di Padang.
 - Upik tidak lahir di Padang atau Nyoman tidak tinggal di Semarang.
 - Tidak benar bahwa Nyoman tinggal di Semarang dan Upik tidak lahir di Padang.
- 3) Tentukan nilai kebenaran dari:
- Jika $3 < 2$, maka $-3 < -2$.

- b) Tidak benar bahwa $10 - 5 = 15$ hanya bila $15 > 12$.
- c) Tidak benar bahwa Banjarmasin di Sumatera Selatan bila dan hanya bila ibukota Nusa Tenggara Barat bukan Jogjakarta mengakibatkan $5^2 = 52$.
- 4) Buatlah tabel kebenaran dari setiap kalimat majemuk berikut:
- a) $(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
- b) $(p \wedge q) \wedge (\neg q \wedge \neg p)$
- c) $\neg (p \wedge q) \wedge (p \wedge \neg q)$
- 5) Misal nilai kebenaran p, q, dan r berturut-turut B, B, dan S. Tentukan nilai kebenaran dari:
- a) $(p \wedge q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)$
- b) $\{ (p \wedge q) \wedge r \} \wedge q$
- c) $\neg \{ \neg (p \wedge q) \wedge q \} \wedge r$

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 2

- 1) Misal p menyatakan 'Tatak pandai' dan q menyatakan 'Alfa rajin', maka
- a) $\neg p \wedge q$: Tatak tidak pandai dan Alfa rajin
- b) $p \wedge \neg q$: Tatak pandai atau Alfa tidak rajin
- c) $\neg (p \wedge q)$: Tidak benar bahwa jika Tatak pandai, maka Alfa rajin
- 2) Misal p menyatakan 'Nyoman tinggal di Semarang' dan q menyatakan 'Upik lahir di Padang'.
- a) 'Nyoman tinggal di Semarang hanya jika Upik lahir di Padang' simbol logikanya adalah: $p \wedge q$.
- b) 'Upik tidak lahir di Padang atau Nyoman tidak tinggal di Semarang' simbol logikanya adalah: $\neg q \wedge \neg p$
- c) 'Tidak benar bahwa Nyoman tinggal di Semarang dan Upik tidak lahir di Padang' simbol logikanya adalah:
 $\neg (p \wedge \neg q)$

- 3) a) Jika $3 < 2$, maka $-3 < -2$. (B)
 b) Tidak benar bahwa $10 - 5 = 15$ hanya bila $15 > 12$. (S)
 c) Tidak benar bahwa Banjarmasin di Sumatera Selatan bila dan hanya bila ibukota Nusa Tenggara Barat bukan Jogjakarta mengakibatkan $5^2 = 52$. (B)

- 4) a) $(p \rightarrow q) \rightarrow (-p \rightarrow -q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$-p$	$-q$	$-p \rightarrow -q$	(3) \rightarrow (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	S	B
B	S	S	S	B	B	B
S	B	B	B	S	B	B
S	S	B	B	B	B	B

- b) $(p \rightarrow q) \rightarrow (-q \rightarrow -p)$

p	q	$p \rightarrow q$	$-p$	$-q$	$-q \rightarrow -p$	(3) \rightarrow (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	B	B
B	S	S	S	B	S	B
S	B	B	B	S	B	B
S	S	B	B	B	B	B

- c) $\neg (p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow -q)$

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg (p \rightarrow q)$	$-q$	$p \rightarrow -q$	(4) \rightarrow (6)
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	S	S
B	S	S	B	B	B	B
S	B	S	B	S	B	B
S	S	B	S	B	B	S

5) Misal nilai kebenaran p, q, dan r berturut-turut B, B, dan S.

a) $(p \wedge q) \vee (\neg p \wedge \neg q)$

B	B	S	S
B			S
		S	

b) $\{ (p \wedge q) \wedge r \} \vee q$

B	B	S	B
B		S	B
		S	B
			B

c) $\neg \{ \neg (p \wedge q) \wedge q \} \wedge r$

B	B	B	S
		B	S
S			B
		S	S
B			S
		B	

3. Kegiatan Belajar 3

a. Tujuan Kegiatan Belajar 3

Setelah mempelajari kegiatan belajar 3 ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ Menentukan invers, konvers, dan kontraposisi suatu implikasi dan menggunakannya dalam kehidupan sehari-hari.

b. Uraian Materi 3

Perhatikan implikasi berikut:

'Jika saya lapar, maka saya makan.'

Anda dapat membuat berbagai macam implikasi yang atom-atomnya 'Saya lapar' dan 'Saya makan.' Implikasi tersebut adalah:

- o Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan.
- o Jika saya makan, maka saya lapar.
- o Jika saya tidak makan, maka saya tidak lapar.

Manakah di antara implikasi-implikasi tersebut yang bernilai kebenaran?. Dalam kehidupan sehari-hari orang kebanyakan berpendapat bahwa implikasi 'Jika saya lapar, maka saya makan' bernilai kebenaran sama dengan implikasi 'Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan.' Apakah pendapat kebanyakan orang tersebut benar berdasarkan logika matematika? Untuk itu, coba anda cermati uraian berikut.

Misal p: 'Saya lapar' dan q: 'Saya makan,' maka implikasi-implikasi tersebut secara simbolik dapat dinyatakan sebagai berikut:

$p \rightarrow q$: Jika saya lapar, maka saya makan.

$q \rightarrow p$: Jika saya makan, maka saya lapar.

$\neg p \rightarrow \neg q$: Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan.

$\neg q \rightarrow \neg p$: Jika saya tidak makan, maka saya tidak lapar.

Tabel kebenaran untuk implikasi-implikasi tersebut adalah:

p	q	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow p$	$\neg p$	$\neg q$	$\neg p \rightarrow \neg q$	$\neg q \rightarrow \neg p$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
B	B	B	B	S	S	B	B
B	S	S	B	S	B	B	S
S	B	B	S	B	S	S	B
S	S	B	B	B	B	B	B

Dari tabel di atas, terlihat bahwa:

? nilai kebenaran untuk $p \rightarrow q$, pada kolom (3), tidak sama dengan nilai kebenaran untuk $\neg p \rightarrow \neg q$, pada kolom (7). Hal ini berarti bahwa kalimat: 'Jika saya lapar, maka saya makan' tidak bermakna sama dengan kalimat: 'Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan.' Jadi ternyata pendapat kebanyakan orang tersebut tidak benar atau salah. Keadaan ini dapat dijelaskan sebagai berikut:

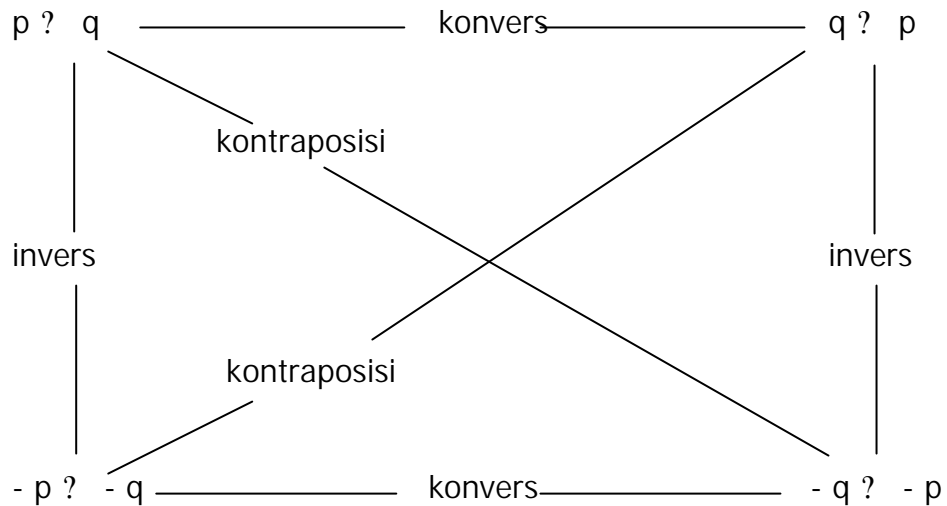
Kalimat 'Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan' belum tentu benar. Karena ada orang yang meskipun tidak lapar, tetapi makan juga.

? nilai kebenaran untuk $p \rightarrow q$, pada kolom (3), sama dengan nilai kebenaran untuk $\neg q \rightarrow \neg p$, pada kolom (8). Hal ini berarti bahwa kalimat: 'Jika saya lapar, maka saya makan' bermakna sama dengan kalimat: 'Jika saya tidak makan, maka saya tidak lapar.'

Dari implikasi $p \rightarrow q$ dapat dibuat implikasi-implikasi:

$q \rightarrow p$, $\neg p \rightarrow \neg q$, dan $\neg q \rightarrow \neg p$ yang berturut-turut disebut konvers, invers, dan kontraposisi dari implikasi $p \rightarrow q$.

c. Rangkuman 3



d. Tugas 3

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

1) Jika p : Saya rajin belajar.

q : Nilai matematika saya bagus.

Tulislah dengan kata-kata kalimat yang menyatakan konvers, invers, dan kontraposisi dari $p \rightarrow q$.

2) Perhatikan pernyataan tentang segitiga berikut ini.

$p \rightarrow q$: Jika segitiga ABC samasisi, maka segitiga ABC samakaki.

$q \rightarrow p$: Jika segitiga ABC samakaki, maka segitiga ABC samasisi.

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow p$.
Jelaskan alasan anda untuk menentukan nilai kebenaran kedua implikasi tersebut.

3) a) Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari: 'Jika dua garis l dan g sejajar, maka melalui kedua garis tersebut dapat dibuat sebuah bidang.'

- b) Tentukan nilai kebenaran masing-masing implikasi pada soal a). (Ada 4 implikasi.) Jelaskan alasan anda untuk menentukan nilai kebenaran kedua implikasi tersebut.

e. Tes Formatif 3

Kerjakan soal-soal berikut dengan cermat.

- 1) Jika p : Ahmad jujur.

q : Ahmad dapat dipercaya.

Tulislah dengan kata-kata kalimat yang menyatakan konvers, invers, dan kontraposisi dari $p \rightarrow q$.

- 2) Perhatikan pernyataan tentang segiempat berikut ini.

$p \rightarrow q$: Jika segiempat ABCD persegipanjang, maka segiempat ABCD persegi.

$q \rightarrow p$: Jika segiempat ABCD persegi, maka segiempat ABCD persegipanjang.

Tentukan nilai kebenaran dari pernyataan-pernyataan $p \rightarrow q$ dan $q \rightarrow p$. Jelaskan alasan anda untuk menentukan nilai kebenaran kedua implikasi tersebut.

- 3) a) Tentukan konvers, invers, dan kontraposisi dari:

'Jika x^2 bilangan ganjil, maka x ganjil.'

- b) Tentukan nilai kebenaran 'Jika x^2 bilangan ganjil, maka x ganjil.'

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 3

- 1) Jika p : Ahmad jujur.

q : Ahmad dapat dipercaya.

$p \rightarrow q$: Jika Ahmad jujur, maka dia dapat dipercaya.

Konvers $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$: Jika Ahmad dapat dipercaya, maka dia jujur.

Invers $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$: Jika Ahmad tidak jujur, maka dia tidak dapat dipercaya.

Kontraposisi $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$: Jika Ahmad tidak dapat dipercaya, maka dia tidak jujur.

2) $p \rightarrow q$: Jika segiempat ABCD persegipanjang, maka segiempat ABCD persegi.

$q \rightarrow p$: Jika segiempat ABCD persegi, maka segiempat ABCD persegipanjang.

Nilai kebenaran dari $p \rightarrow q$ adalah salah, karena ada persegipanjang yang bukan persegi.

Nilai kebenaran $q \rightarrow p$ adalah benar, karena semua persegi tentu persegipanjang. Artinya, sifat-sifat yang terdapat pada persegi panjang pasti dipenuhi oleh persegi, tetapi ada sifat persegi yang tidak dipenuhi oleh persegipanjang, misal sisinya sama panjang.

3) a) Misal p : ' x^2 bilangan ganjil' dan q : ' x bilangan ganjil,' maka $p \rightarrow q$: ' x^2 bilangan ganjil, maka x ganjil.'

Konvers dari $p \rightarrow q$ adalah $q \rightarrow p$: ' x ganjil, maka x^2 bilangan ganjil.'

Invers dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg p \rightarrow \neg q$: ' x^2 genap, maka x genap.'

Kontraposisi dari $p \rightarrow q$ adalah $\neg q \rightarrow \neg p$: ' x genap, maka x^2 bilangan genap.'

b) Tidak mudah untuk menentukan nilai kebenaran dari

$p \rightarrow q$: ' x^2 bilangan ganjil, maka x ganjil.' Karena itu Anda dapat mencoba untuk menentukan nilai kebenaran dari kontraposisinya, yaitu $\neg q \rightarrow \neg p$: ' x genap, maka x^2 bilangan genap.'

Marilah sekarang kita misalkan $x = 2n$ dengan bilangan n suatu bilangan asli.

Jadi $x^2 = (2n)^2 = 4n^2 = 2(2n^2)$ yang juga bilangan genap.

Karena kontraposisi $p \rightarrow q$, yaitu $\neg q \rightarrow \neg p$: ' x genap, maka x^2 bilangan genap' bernilai benar, maka $p \rightarrow q$ juga benar. Dengan perkataan lain ' x^2 bilangan ganjil, maka x ganjil' merupakan pernyataan yang bernilai benar.

4. Kegiatan Belajar 4

a. Tujuan Kegiatan Belajar 4

Setelah mempelajari Kegiatan Belajar 4 ini, diharapkan Anda dapat:

- ✍ melakukan penarikan kesimpulan menggunakan modus ponens dan menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari,
- ✍ melakukan penarikan kesimpulan menggunakan modus tollens dan menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari,
- ✍ melakukan penarikan kesimpulan menggunakan silogisme dan menerapkannya dalam kehidupan sehari-hari.

b. Uraian Materi 4

Suatu pembuktian dalam kehidupan sehari-hari maupun dalam matematika berkenaan dengan pernyataan-pernyataan yang saling berkait. Pernyataan-pernyataan tersebut adalah pernyataan-pernyataan yang kebenarannya dapat dibuktikan atau dapat diterima. Dengan pernyataan-pernyataan tersebut orang berargumen agar dapat menarik suatu kesimpulan atau konklusi. Pernyataan-pernyataan yang digunakan untuk menarik suatu kesimpulan disebut **premis**. Hasil dari suatu penarikan kesimpulan disebut **konklusi** atau **kesimpulan**. Rangkaian premis dan konklusi yang memuat bukti disebut **argumen**.

Suatu argumen dikatakan **valid** bila kesimpulan dalam argumen tersebut benar-benar diturunkan dari premis-premisnya. Validitas suatu argumen dapat dilihat dari nilai kebenarannya. Secara teknis dapat dilihat dengan menyelidiki apakah argumen tersebut selalu bernilai benar. Dengan kata lain implikasi dari konjungsi premis-premisnya dan konklusinya selalu bernilai benar. Pernyataan yang selalu bernilai benar disebut **tautologi**. Pernyataan yang selalu bernilai salah disebut **kontradiksi**. Sedangkan pernyataan yang dapat bernilai benar atau salah disebut **kalimat sintetis**.

Contoh:

? $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ merupakan suatu kontradiksi. Perhatikan tabel kebenarannya berikut ini.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$(p \rightarrow \neg q)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
B	B	B	S	S	S
B	S	S	B	B	S
S	B	B	S	S	S
S	S	B	B	S	S

Nilai kebenaran untuk $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ yang terdapat pada kolom (6) selalu salah (S), karena itu $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ merupakan suatu kontradiksi.

? $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ merupakan suatu tautologi. Perhatikan tabel kebenarannya berikut ini.

p	q	$p \rightarrow q$	$\neg q$	$(p \rightarrow \neg q)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
B	B	B	S	S	B
B	S	S	B	B	B
S	B	B	S	S	B
S	S	B	B	S	B

Nilai kebenaran untuk $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ yang terdapat pada kolom (6) selalu benar (B), karena itu $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow \neg q)$ merupakan suatu tautologi.

? $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ merupakan suatu kalimat sintetis. Perhatikan tabel kebenarannya berikut ini.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow r$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
B	B	B	B	B
B	B	S	B	S
B	S	B	S	B
B	S	S	S	B
S	B	B	B	B
S	B	S	B	S
S	S	B	B	B
S	S	S	B	S

Nilai kebenaran untuk $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ yang terdapat pada kolom (5) ada yang benar (B) dan ada pula yang salah (S), karena itu $(p \rightarrow q) \rightarrow r$ merupakan suatu kalimat sintetis.

Berikut akan dibicarakan beberapa cara penarikan kesimpulan.

1) *Modus Ponens*

Bentuk modus ponens adalah

$$\begin{array}{c} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Anda dapat menunjukkan bahwa kalimat $\{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \rightarrow q$ merupakan tautologi dengan tabel berikut.

p	q	$(p \rightarrow q)$	$(p \rightarrow q) \rightarrow p$	$\{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \rightarrow q$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)
B	B	B	B	B
B	S	S	S	B
S	B	B	S	B
S	S	B	S	B

Karena nilai kebenaran untuk $\{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \rightarrow q$ yang terdapat pada kolom (5) selalu benar, maka $\{(p \rightarrow q) \rightarrow p\} \rightarrow q$ merupakan tautologi.

Berikut ini disajikan contoh penggunaan modus ponens

Contoh:

Premis 1: Jika Mega seorang siswa, maka dia rajin belajar.

Premis 2: Mega seorang siswa.

Konklusi: Mega rajin belajar.

2) Modus Tollens

Bentuk modus tollens adalah

$$\begin{array}{r} p \rightarrow q \\ \underline{\quad \quad -q} \\ \quad \quad -p \end{array}$$

Anda dapat menunjukkan bahwa kalimat $\{(p \rightarrow q) \rightarrow -q\} \rightarrow -p$ merupakan tautologi dengan tabel berikut.

P	q	$(p \rightarrow q)$	$-q$	$(p \rightarrow q) \rightarrow -q$	$-p$	$\{(p \rightarrow q) \rightarrow -q\} \rightarrow -p$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
B	B	B	S	S	S	B
B	S	S	B	S	S	B
S	B	B	S	S	B	B
S	S	B	B	B	B	B

Karena nilai kebenaran untuk $\{(p \rightarrow q) \rightarrow -q\} \rightarrow -p$ yang terdapat pada kolom (7) selalu benar, maka $\{(p \rightarrow q) \rightarrow -q\} \rightarrow -p$ merupakan tautologi.

Berikut ini disajikan contoh penggunaan modus tollens

Contoh:

Premis 1: Jika Dian rajin belajar, maka nilainya selalu bagus.

Premis 2: Nilai Dian tidak selalu bagus.

Konklusi: Dian tidak rajin belajar.

3) Silogisme

Bentuk silogisme adalah

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

Anda dapat menunjukkan bahwa kalimat

$\{ (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \} \rightarrow (p \rightarrow r)$ merupakan tautologi dengan tabel berikut.

p	q	r	$p \rightarrow q$	$q \rightarrow r$	$(4) \rightarrow (5)$	$p \rightarrow r$	$(6) \rightarrow (7)$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)
B	B	B	B	B	B	B	B
B	B	S	B	S	S	S	B
B	S	B	S	B	S	B	B
B	S	S	S	B	S	S	B
S	B	B	B	B	B	B	B
S	B	S	B	S	S	B	B
S	S	B	B	B	B	B	B
S	S	S	B	B	B	B	B

Karena nilai kebenaran untuk $\{ (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \} \rightarrow (p \rightarrow r)$ yang terdapat pada kolom (8) selalu benar, maka

$\{ (p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow r) \} \rightarrow (p \rightarrow r)$ merupakan tautologi.

Berikut ini disajikan contoh penggunaan silogisme.

Contoh:

Premis 1: Jika $13 + 27 = 56$, maka $6 : 7 = 8$.

Premis 2: Jika $6 : 7 = 8$, maka $34 \cdot 2 = 78$.

Konklusi: Jika $13 + 27 = 56$, maka $34 \cdot 2 = 78$.

c. Rangkuman 4

Premis adalah pernyataan-pernyataan yang digunakan untuk menarik kesimpulan.

Konklusi atau **kesimpulan** adalah hasil dari suatu penarikan kesimpulan.

Argumen adalah rangkaian premis dan konklusi.

Tautologi adalah pernyataan yang selalu bernilai benar.

Kontradiksi adalah pernyataan yang selalu bernilai salah.

Kalimat yang dapat bernilai benar atau salah disebut **kalimat sintetis**.

Suatu argumen dikatakan **valid** bila kesimpulan dalam argumen tersebut benar-benar diturunkan dari premis-premisnya.

Modus ponens

Bentuk modus ponens adalah

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \\ \hline q \end{array}$$

Modus Tollens

Bentuk modus tollens adalah

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ \neg q \\ \hline \neg p \end{array}$$

Silogisme

Bentuk silogisme adalah

$$\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ q \rightarrow r \\ \hline p \rightarrow r \end{array}$$

d. Tugas 4

Kerjakan semua soal berikut dengan cermat.

1) Jika ada, tentukan kesimpulan dari premis-premis berikut.

a) Jika udara cerah, maka hari tidak hujan.

Jika hari tidak hujan, maka saya pergi ke Malang.

.....
.....

b) Jika saya pergi ke Malang, maka saya membeli apel.

Saya pergi ke Malang.

.....
.....

c) Jika saya membeli apel, maka saya membuat rujak.

Saya tidak membuat rujak.

.....
.....

d) Jika saya ke perpustakaan, saya meminjam buku.

Jika saya meminjam buku, saya membacanya.

Jika saya membaca buku, pengetahuan saya bertambah.

.....
.....

e) Saya berjalan-jalan di kebun teh atau ke pasar membeli ikan.

Saya ke pasar membeli ikan.

.....
.....

2) Tentukan validitas argumen berikut.

a) $\{ (p \rightarrow q) \rightarrow (-p) \} \rightarrow -q$

b) $\{ (p \rightarrow q) \rightarrow q \} \rightarrow p$

c) $\{ (p \rightarrow q) \rightarrow (-q \rightarrow r) \} \rightarrow (-p \rightarrow r)$

e. Tes Formatif 4

1) Jika ada, tentukan kesimpulan dari premis-premis berikut.

a) Jika saya praktek kerja, maka saya pulang sore.

Saya praktek kerja

.....
.....

b) Jika permintaan terhadap suatu barang meningkat, maka harganya akan naik.

Harga kain tidak naik.

.....
.....

c) Saya ke sekolah.

Saya ke pasar atau ke sekolah.

.....
.....

d) Saya tidak membuat jus wortel.

Jika saya ke pasar, maka saya membeli wortel.

Jika saya membeli wortel, maka saya membuat jus wortel.

.....
.....

e) Jika saya ke Solo, saya membeli baju batik.

Saya tidak senang.

Jika membeli baju batik, saya senang.

.....
.....

2) Tentukan validitas argumen berikut.

a) $\{ (p \rightarrow \neg q) \rightarrow (r \rightarrow q) \rightarrow r \} \rightarrow \neg p$

b) Jika hari hujan, Doni sakit.

Hari tidak hujan.

.....
.....

Doni tidak sakit.

c) Pak Eko pergi.

Jika Pak Eko pergi, bu Ida menjaga Ica.

Jika bu Ida menjaga Ica, dia tidak mengajar.

.....
.....

Bu Ida tidak mengajar.

f. Kunci Jawaban Tes Formatif 4

1) a) Misal p: 'Saya praktek kerja' dan q: 'Saya pulang sore'
maka simbol logika dari:

'Jika saya praktek kerja, maka saya pulang sore' adalah

$$p \rightarrow q$$

dan 'Saya praktek kerja' adalah p

berdasarkan modus ponens kesimpulannya adalah q atau ' Saya pulang sore.

Jadi

Jika saya praktek kerja, maka saya pulang sore.

Saya praktek kerja

.....
.....

Saya pulang sore.

b) Misal p: Permintaan terhadap suatu barang meningkat
dan q: harga akan naik.

Simbol logika dari:

'Jika permintaan terhadap suatu barang meningkat, maka harganya akan naik' adalah $p \rightarrow q$ dan

'Harga kain tidak naik' adalah $\neg q$

Berdasarkan modus tollens kesimpulannya adalah $\neg p$ atau 'Permintaan terhadap kain tidak meningkat.'

Jadi

Jika permintaan terhadap suatu barang meningkat, maka harganya akan naik.

Harga kain tidak naik.

.....
.....

Permintaan terhadap kain tidak naik.

Untuk soal c) sampai e) hanya akan diberikan kesimpulannya, silahkan anda menguraikannya seperti contoh a) dan b). Sebutkan pula cara penarikan kesimpulan yang anda gunakan.

c) Saya ke sekolah.

Saya ke pasar atau ke sekolah.

.....
.....

Saya tidak ke pasar.

d) Saya tidak membuat jus wortel.

Jika saya ke pasar, maka saya membeli wortel.

Jika saya membeli wortel, maka saya membuat jus wortel.

.....
.....

Saya tidak ke pasar.

e) Jika saya ke Solo, saya membeli baju batik.

Saya tidak senang.

Jika membeli baju batik, saya senang.

.....

Saya tidak ke Solo.

2) a)

$\{ (p \rightarrow -q) \rightarrow (r \rightarrow q) \rightarrow r \} \rightarrow -p$									
B	S	S	S	B	B	B	S	B	S
B	S	S	S	S	B	B	S	B	S
B	B	B	S	B	S	S	S	B	S
B	B	B	B	S	B	S	S	B	S
S	B	S	B	B	B	B	B	B	B
S	B	S	B	S	B	B	S	B	B
S	B	B	S	B	S	S	S	B	B
S	B	B	S	B	S	S	S	B	B
1	3	2	4	1	3	1	4	5	2

Keterangan: Nomor di bawah menunjukkan urutan pengerjaan.

Kolom dengan nomor sama berarti dapat dikerjakan bersama-sama.

$\{ (p \rightarrow -q) \rightarrow (r \rightarrow q) \rightarrow r \} \rightarrow -p$ merupakan tautologi, maka argumen valid.

b) Jika hari hujan, Doni sakit.

Hari tidak hujan.

Doni tidak sakit.

Jika p: ' Hari hujan' dan q: ' Doni sakit,' maka simbol logika dari argumen tersebut adalah: $p \rightarrow q$

$-p$

$-q$

Argumen tersebut tidak memenuhi syarat modus ponens dan juga tidak memenuhi syarat modus tollens. Jadi argumen tidak valid.

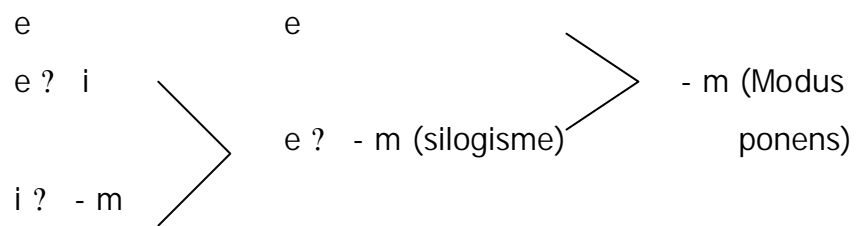
c) Pak Eko pergi.

Jika Pak Eko pergi, bu Ida menjaga Ica.

Jika bu Ida menjaga Ica, dia tidak mengajar.

Bu Ida tidak mengajar.

Misal e, i, dan m berturut-turut merupakan simbol dari 'Pak Eko pergi,' 'Bu Ida menjaga Ica,' dan 'Bu Ida tidak mengajar,' maka simbol logika dari argumen tersebut adalah:



Berdasarkan silogisme dan modus penens, argumen tersebut valid.

BAB III. EVALUASI

A. Soal Tes Evaluasi

Kerjakan soal berikut dengan cermat.

1. Jelaskan apa yang dimaksud dengan kalimat terbuka, pernyataan, dan bukan pernyataan. Beri contoh masing-masing.
2. Tentukan nilai kebenaran kalimat-kalimat berikut.
 - a. 5% dari 100 sama dengan 20 dan $25 + 7 = 32$.
 - b. Untuk mengerasi mur digunakan obeng atau kunci pas sesuai dengan ukurannya.
 - c. Jika jumlah 3 bilangan prima yang pertama adalah 10, maka satu-satunya bilangan prima yang genap adalah 2.
 - d. 33 habis dibagi 3 jika dan hanya jika $33 = 3 + 3$.
3. Tentukan ingkaran dari kalimat-kalimat berikut.
 - a. Bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 3.
 - b. Saya seorang pelajar atau pekerja.
 - c. Saya pelajar yang rajin.
4. Tentukan invers, konvers, dan kontraposisi dari: Jika $25 < 100$, maka $125 : 5 = 35$.
5. Tentukan kesimpulan yang dapat diambil dari premis-premis berikut.
 - a. Segitiga samakaki mempunyai 2 sisi yang sama panjang.
Segitiga ABC tidak mempunyai 2 sisi yang sama panjang.
.....
.....
 - b. Sudut yang besarnya kurang dari 90° disebut sudut lancip.
Besarnya sudut A sama dengan 75° .
.....
.....

c. Jika saya pulang sekolah, maka saya membantu Ibu membersihkan rumah.

Jika rumah saya bersih, maka saya dapat belajar dengan baik.

Jika saya membantu Ibu membersihkan rumah, maka rumah saya menjadi bersih.

.....
.....

B. Kunci Jawaban Soal Tes Evaluasi

1. Kalimat terbuka adalah kalimat yang memuat variabel.

Contoh: $5x + 9 = 11$

Pernyataan adalah kalimat yang dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Contoh:

Sukarno adalah presiden Republik Indonesia yang pertama (B).

Makassar terletak di Irian Jaya (S).

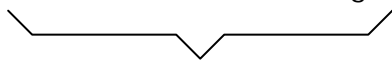
Bukan pernyataan adalah kalimat yang tidak dapat ditentukan nilai kebenarannya.

Contoh:

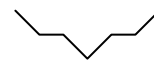
Siapa yang sudah mengerjakan Pekerjaan Rumah?

Saya berharap anda dalam keadaan sehat.

2. a. 5% dari 100 sama dengan 20 dan $25 + 7 = 32$.



S



B

? S

- b. Untuk mengerasi mur digunakan obeng (S)
Untuk mengerasi mur digunakan kunci pas sesuai dengan ukurannya (B).
S atau B adalah B.
Jadi nilai kebenaran dari 'Untuk mengerasi mur digunakan obeng atau kunci pas sesuai dengan ukurannya' adalah benar.
- c. $2 + 3 + 5 = 10$ (B)
'Satu-satunya bilangan prima yang genap adalah 2' bernilai benar.
Jadi 'Jika jumlah 3 bilangan prima yang pertama adalah 10, maka satu-satunya bilangan prima yang genap adalah 2' bernilai benar.
- d. Salah.
3. a. Tidak benar bahwa bilangan genap adalah bilangan yang habis dibagi 3 atau bilangan genap adalah bilangan yang tidak habis dibagi 3.
b. Saya bukan seorang pelajar dan bukan pekerja.

- c. Saya bukan pelajar atau saya tidak rajin.
4. Invers: Jika $25 > 100$, maka $125 : 5 > 35$.
 Konvers: Jika $125 : 5 = 35$, maka $25 < 100$.
 Kontraposisi: Jika $125 : 5 > 35$, maka $25 > 100$.
5. a. Segitiga samakaki mempunyai 2 sisi yang sama panjang.
 Segitiga ABC tidak mempunyai 2 sisi yang sama panjang.
-
- Segitiga ABC bukan segitiga samakaki.
- b. Sudut yang besarnya kurang dari 90° disebut sudut lancip.
 Besar sudut A sama dengan 75° .
-
- Sudut A adalah sudut lancip.
- c. Jika saya pulang sekolah, maka saya membantu Ibu membersihkan rumah.
 Jika rumah saya bersih, maka saya dapat belajar dengan baik.
 Jika saya membantu Ibu membersihkan rumah, maka rumah saya menjadi bersih.
-
- Jika saya pulang sekolah, maka saya dapat belajar dengan baik.

C. Kunci Jawaban Cek Kemampuan

1. Contoh kalimat bermakna: Saya ke sekolah.

Contoh kalimat tidak bermakna: Saya membeli garis lurus.

Contoh kalimat terbuka $7 + 9x^2 - 2x = 0$.

Contoh pernyataan: $7 + 9 - 2 = 8 : 4$

2. a. Misal: $p =$ Andi diterima di SMK. (B)

$q =$ Andi lulus SMP. (B)

$r =$ DANEM Andi tidak lebih dari 7,5. (B)

Simbol logika dari 'Anak yang diterima di SMK adalah anak yang sudah lulus SMP dan rata-rata DANEM-nya lebih dari 7,5' adalah:

$$\begin{array}{ccccc} p & ? & q & ? & r \\ B & & B & & S \\ & & & & S \\ & & & & S \end{array}$$

Jadi nilai kebenaran dari 'Anak yang diterima di SMK adalah anak yang sudah lulus SMP dan rata-rata DANEM-nya lebih dari 7,5' adalah salah.

b. Benar

c. Benar

d. Salah

3. a. Anak yang diterima di SMK dan anak yang tidak lulus SMP atau anak yang DANEM-nya tidak lebih dari 7,5 **atau** anak lulus SMP dan DANEM-nya lebih dari 7,5 dan tidak diterima di SMK.

b. Surabaya tidak di Jawa Timur dan tidak di Jawa Barat.

c. $2 + 3 \neq 23$ atau Indonesia merupakan salah satu negara di Asia.

d. $25 = 20 + 5$ dan Indonesia bukan salah satu negara di Australia **atau** Indonesia salah satu negara di Australia dan $25 \neq 20 + 5$.

4. Jika saya lapar, maka saya makan.

Inversnya: Jika saya tidak lapar, maka saya tidak makan.

Konversnya: Jika saya makan, maka saya lapar.

Kontraposisinya: Jika saya tidak makan, maka saya tidak lapar.

5. a. Jika saya naik kelas, maka kamu saya belikan nasi goreng.
Saya naik kelas.

Kamu saya belikan nasi goreng.

- a. Jika tidak hujan, maka saya akan belajar di rumahmu.
Saya tidak belajar di rumahmu.

Saat itu hujan.

- b. Jika 12 habis dibagi 6, maka 6 habis dibagi 2.
Jika 6 habis dibagi 2, maka Jakarta ibukota Indonesia.

Jika 12 habis dibagi 6, maka Jakarta ibukota Indonesia.

BAB IV. PENUTUP

Setelah menyelesaikan modul ini, Anda berhak untuk mengikuti tes praktek untuk menguji kompetensi yang telah Anda pelajari. Apabila Anda dinyatakan memenuhi syarat kelulusan dari hasil evaluasi dalam modul ini, maka Anda berhak untuk melanjutkan ke topik/modul berikutnya.

Mintalah pada guru untuk uji kompetensi dengan sistem penilaian yang dilakukan langsung oleh pihak industri atau asosiasi yang berkompeten apabila Anda telah menyelesaikan seluruh evaluasi dari setiap modul, maka hasil yang berupa nilai dari guru atau berupa portofolio dapat dijadikan bahan verifikasi oleh pihak industri atau asosiasi profesi. Kemudian selanjutnya hasil tersebut dapat dijadikan sebagai penentu standar pemenuhan kompetensi dan bila memenuhi syarat Anda berhak mendapatkan sertifikat kompetensi yang dikeluarkan oleh dunia industri atau asosiasi profesi.

DAFTAR PUSTAKA

Cohen, Morris R., Ernest Nagel. 1934. *An Introduction to Logic and Scientific Method*. New York: Harcourt, Brace & World, Inc.

Lipschutz, Seymour. 1981. *Theory and Problem of Set Theory and Related Topics*. Singapore: McGraw-Hill.

Seputra, Theresia M.H.Tirta. 1991. *Pengantar Dasar Matematika (Logika dan Teori Himpunan) Edisi Revisi*. Surabaya: University Press IKIP Surabaya.