

## KATA PENGANTAR

Modul dengan judul “ Menghitung Reaksi Gaya Pada Statika Bangunan ” merupakan bahan ajar yang digunakan sebagai panduan praktikum peserta diklat (siswa) Sekolah Menengah Kejuruan (SMK) untuk membentuk salah satu bagian dari kompetensi Menghitung Statika Bangunan.

Modul ini mengetengahkan metode-metode perhitungan mekanika statis tertentu untuk menghitung momen gaya. Modul ini terkait dengan modul lain yang membahas tentang : Menghitung Reaksi Gaya pada Konstruksi Statika, Menghitung Momen Statis dan Momen Inersia, Menghitung Tegangan Momen Statis Tertentu, Menentukan Gaya Luar dan Dalam Konstruksi Statis Tertentu.

Dengan modul ini, peserta diklat dapat melaksanakan praktek tanpa harus banyak dibantu oleh instruktur.

Tim Penyusun,

## DISKRIPSI JUDUL

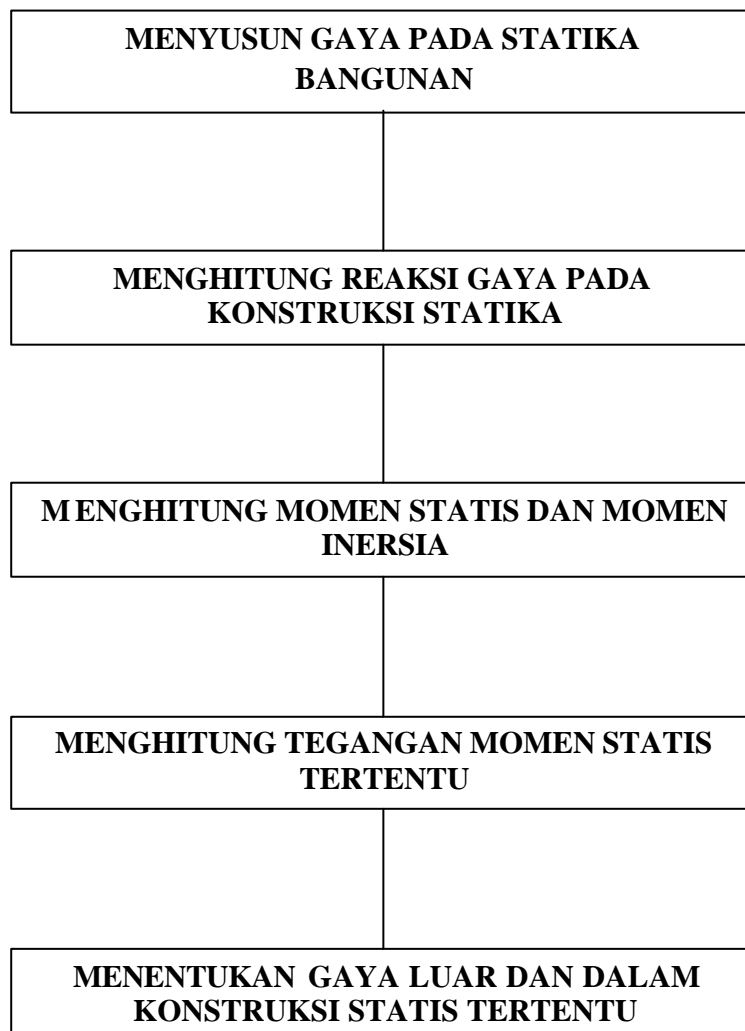
Modul ini terdiri dari 4 (empat) kegiatan belajar yang mencakup : Kegiatan Belajar 1 Konstruksi Balok dengan Beban Terpusat dan Merata, Kegiatan Belajar 2 : Konstruksi Balok Terjepit Satu Tumpuan dan Konstruksi Balok Overstek (emperan), Kegiatan Belajar 3 : Konstruksi Balok dengan Beban Tidak Langsung dan Konstruksi Balok yang Miring, Kegiatan Belajar 4 : Balok Gerber.

Kegiatan Belajar 1 membahas tentang : metode perhitungan dan penggambaran bidang M dan bidang D konstruksi balok yang menerima beban terpusat dan merata. Kegiatan Belajar 2 membahas tentang : perhitungan dan penggambaran bidang M, D, dan N konstruksi balok terjepit satu tumpuan dan konstruksi balok overstek. Kegiatan Belajar 3 membahas tentang perhitungan dan penggambaran bidang M, D, dan N konstruksi balok yang menerima beban tidak langsung, dan konstruksi balok yang miring. Kegiatan Belajar 4 membahas tentang menghitung dan menggambar bidang D dan M pada balok gerber, serta menentukan jarak sendi tambahan.

**PETA KEDUDUKAN MODUL**

**MENGHITUNG REAKSI GAYA PADA KONSTRUKSI STATIKA**

**JUDUL MODUL INI MERUPAKAN BAGIAN KE DUA DARI  
LIMA MODUL UNIT KOMPETENSI YANG BERJUDUL  
MENGHITUNG STATIKA BANGUNAN**



## **PRASYARAT MODUL**

Untuk dapat mempelajari modul ini dengan baik, siswa seharusnya sudah belajar Gambar Teknik (seperti : menarik garis sejajar), Matematika (seperti : Persamaan Aljabar), dan Fisika (seperti : pemahaman tentang vektor gaya).

## DAFTAR ISI

	Hal
Judul .....	i
Kata Pengantar .....	ii
Deskripsi Judul .....	iii
Peta Kedudukan Modul .....	iv
Prasyarat .....	v
Daftar Isi .....	vi
Peristilahan (Glossary) .....	vii
Petunjuk Penggunaan Modul .....	viii
Tujuan .....	ix
Kegiatan Belajar 1 .....	1
Kegiatan Belajar 2 .....	25
Kegiatan Belajar 3 .....	33
Kegiatan Belajar 4 .....	42
Lembar Evaluasi .....	51
Kunci Jawaban .....	52
Daftar Pustaka .....	54

## PERISTILAHAN / GLOSSARY

1.  $A_v$  adalah reaksi vertikal pada titik tumpu A.
2.  $B_v$  adalah reaksi vertikal pada titik tumpu B.
3.  $C_v$  adalah reaksi vertikal pada titik tumpu C.
4.  $P_h$  adalah gaya horizontal dari gaya  $P$  yang miring.
5.  $P_v$  adalah gaya vertikal dari gaya  $P$  yang miring.
6.  $A_H$  adalah reaksi horizontal pada titik tumpu A.
7. SFD adalah singkatan dari shearing force diagram (gambar bidang gaya melintang).
8. BMD adalah singkatan dari bending moment diagram (gambar bidang momen lentur).
9. ND adalah singkatan dari normal diagram (gambar bidang normal)
10. Gaya melintang adalah gaya yang bekerja tegak lurus dengan sumbu batang.
11. Gaya normal adalah gaya yang bekerja sejajar dengan sumbu batang.
12. Momen lentur adalah momen yang bekerja pada batang yang mengakibatkan batang melengkung.

## PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL

1. Pelajarilah kegiatan belajar dalam modul ini secara berurutan karena kegiatan belajar disusun berdasarkan urutan yang perlu dilalui.
2. Bila anda sudah mendapat nilai minimum 60 dalam latihan pada akhir kegiatan belajar anda boleh meneruskan pada kegiatan berikutnya.
3. Usahakan kegiatan belajar dan latihan sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.
4. Bertanyalah kepada Guru/Pembimbing anda bila mengalami kesulitan dalam memahami materi belajar maupun kegiatan latihan.
5. Anda dapat menggunakan buku lain yang sejenis bila dalam modul ini kurang jelas.
6. Dalam mengerjakan secara grafis anda harus betul-betul menggambar dengan sekala yang tepat, baik sekala jarak maupun sekala jarak.
7. Sekala jarak tidak harus sama dengan sekala gaya.

**TUJUAN MODUL  
MENGHITUNG REAKSI GAYA PADA  
KONSTRUKSI STATIKA**

Setelah selesai mempelajari dan latihan soal dalam modul ini diharapkan siswa SMK memiliki pemahaman tentang reaksi-reaksi yang timbul pada konstruksi balok statis tertentu yang dibebani oleh berbagai macam pembebanan. Reaksi yang dimaksud disini adalah gaya normal, gaya melintang , dan momen lengkung.



## Kegiatan Belajar 1

### Konstruksi Balok dengan Beban Terpusat dan Merata

#### I. Lembar Informasi ( waktu 9 jam )

##### A. Tujuan Program

Setelah selesai mengikuti kegiatan belajar ini diharapkan peserta diklat dapat :

1. Menghitung reaksi, gaya melintang, gaya normal, dan momen lentur pada beban terpusat..
2. Menggambar bidang gaya melintang, bidang gaya normal, dan bidang momen lentur pada beban terpusat.
3. Menghitung reaksi, gaya melintang, gaya normal, dan momen lentur pada kombinasi beban terpusat dan terbagi merata.
4. Menggambar bidang gaya melintang, bidang gaya normal, dan bidang momen lentur pada kombinasi beban terpusat dan merata.

##### B. Materi Belajar

Pengertian Istilah

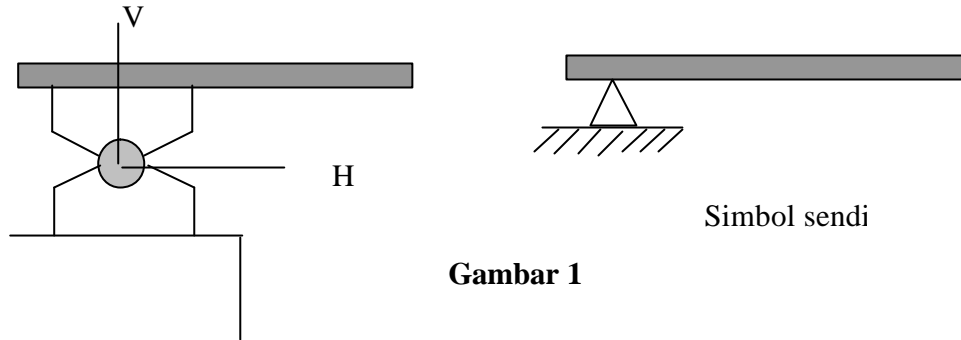
##### 1. Tumpuan

Tumpuan adalah tempat bersandarnya konstruksi dan tempat bekerjanya reaksi. Jenis tumpuan berpengaruh terhadap jenis konstruksi, sebab setiap jenis tumpuan mempunyai karakteristik sendiri. Jenis tumpuan tersebut adalah :

- |                           |                       |
|---------------------------|-----------------------|
| a. Tumpuan Sendi / Engsel | e. Tumpuan Rol        |
| b. Tumpuan Jepit          | f. Tumpuan Gesek      |
| c. Tumpuan Bidang         | g. Datar Tumpuan Tali |
| d. Pendel                 | h. Tumpuan Titik      |

Dari jenis – jenis tumpuan tersebut yang banyak dijumpai dalam bangunan adalah tumpuan Sendi, Rol, dan Jepit. Oleh karena itu yang akan diuraikan karakteristiknya hanya tumpuan Sendi, Rol, Dan Jepit.

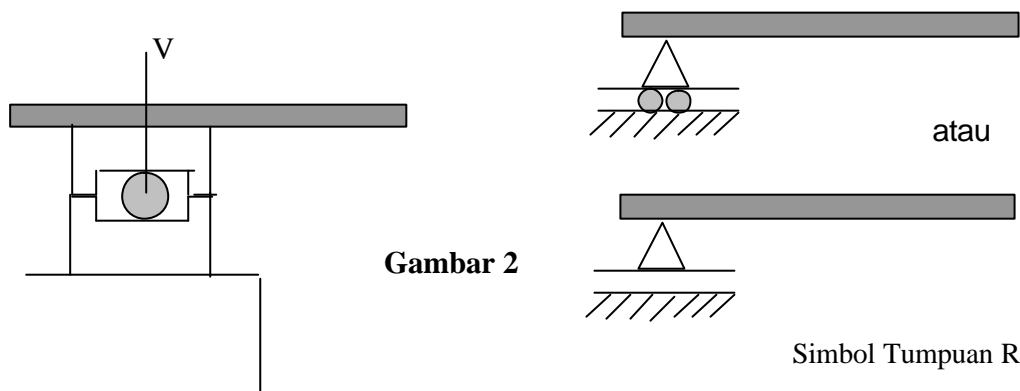
Tumpuan sendi dapat menerima gaya dari segala arah tetapi tidak mampu menahan momen. Dengan demikian tumpuan sendi mempunyai dua gaya reaksi.



**Gambar 1**

Simbol sendi

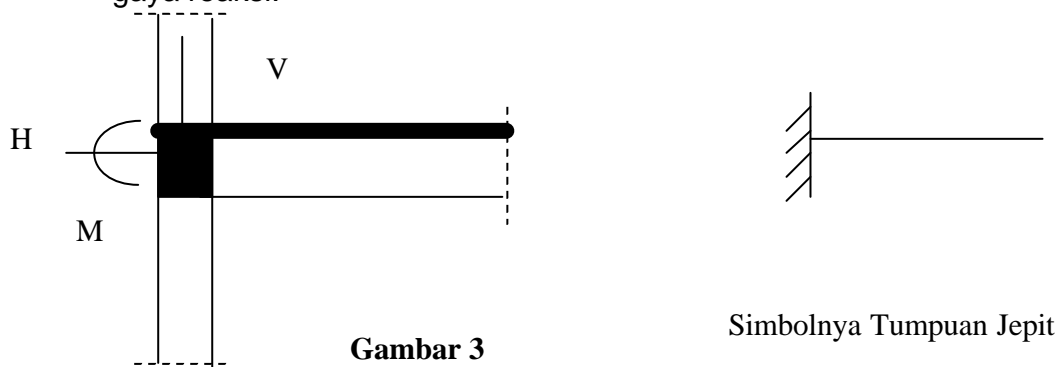
Tumpuan Rol hanya dapat menerima gaya dalam arah tegak lurus Rol dan tidak mampu menahan momen. Jadi tumpuan Rol hanya mempunyai satu gaya reaksi yang tegak lurus dengan Rol.



**Gambar 2**

Simbol Tumpuan Rol

Tumpuan Jepit dapat menahan gaya dalam segala arah dan dapat menahan momen. Dengan demikian tumpuan jepit mempunyai tiga gaya reaksi.



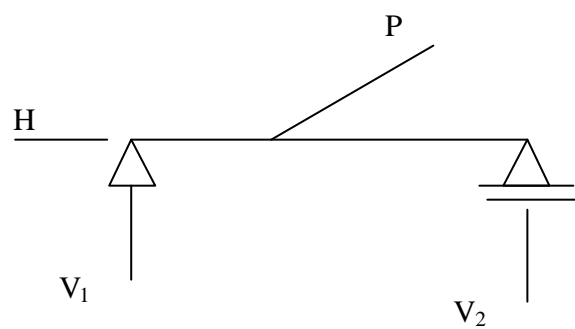
**Gambar 3**

Simbolnya Tumpuan Jepit

## 2. Jenis Konstruksi

Ada dua jenis konstruksi, yaitu konstruksi statis tertentu dan konstruksi statis tak tentu. Pada konstruksi statis tak tentu, besarnya reaksi dan momen dapat ditentukan dengan persamaan keseimbangan, sedang pada konstruksi statis tak tertentu tidak cukup diselesaikan dengan syarat keseimbangan. Untuk mempermudah dan mempercepat dalam menentukan jenis konstruksi dapat digunakan persamaan  $R = B + 2$ , dimana  $R$  = Jumlah reaksi yang akan ditentukan dan  $B$  = jumlah batang. Bila terdapat  $R > B + 2$ , berarti konstruksi statis tak tertentu.

Contoh : Konstruksi Sendi dan Rol seperti gambar 4, diminta menentukan jenis konstruksinya.



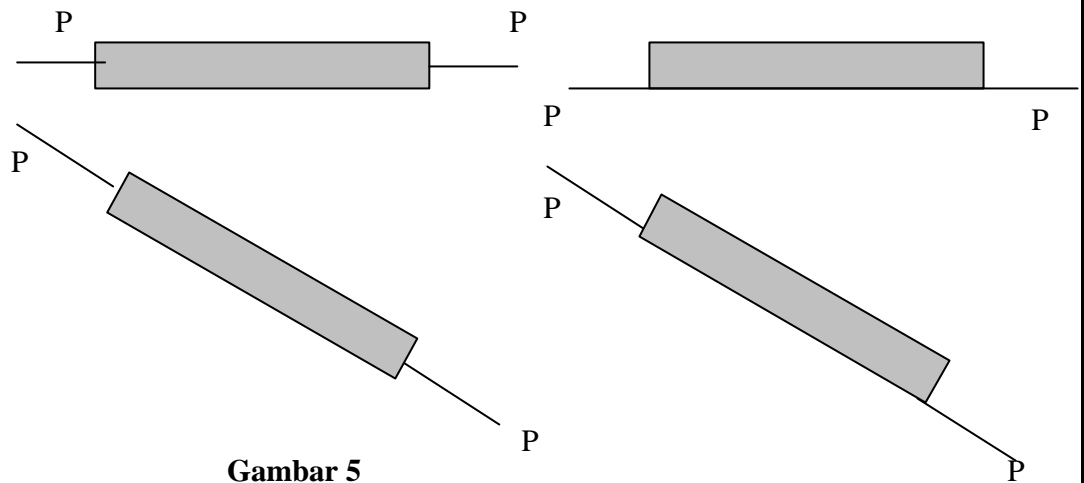
Pada konstruksi Sendi dan Rol terdapat tiga buah gaya yang harus ditentukan, sedang jumlah batang = 1. Menurut persamaan diatas,  
 $R = B + 2 = 1 + 2 = 3$   
 $R = 3$  ——— cocok

**Gambar 4**

Jadi konstruksi sendi dan rol sttis tertentu.

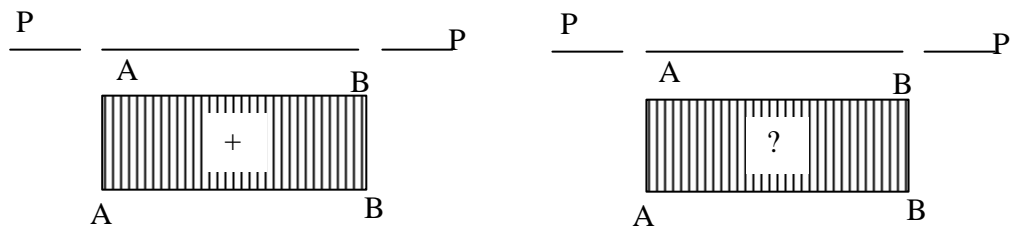
## 3. Gaya Normal dan Bidang Gaya Normal ( **Normal Diagram** = ND )

Gaya normal adalah gaya yang garis kerjanya berimpit atau sejajar dengan sumbu batang.



**Gambar 5**

Bidang gaya normal adalah bidang yang menggambarkan besarnya gaya normal pada setiap titik. ( lihat gambar 6 ).

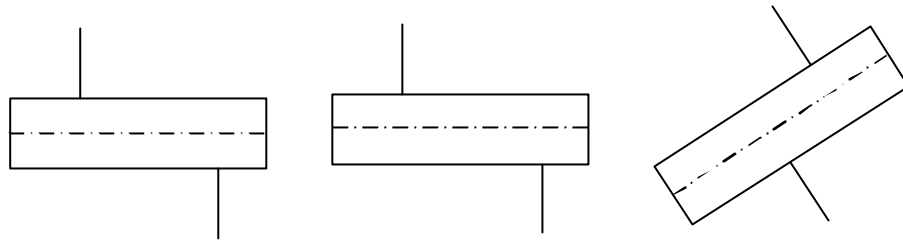


**Gambar 6**

Bidang gaya normal diberi tanda positif, bila gaya normal yang bekerja adalah ' tarik ' dan diarsir tegak lurus dengan batang yang mengalami gaya normal. Sebaliknya, bidang gaya normal diberi tanda negatif, bila gaya normal yang bekerja ' tekan ' dan diarsir sejajar dengan sumbu batang yang mengalami gaya normal.

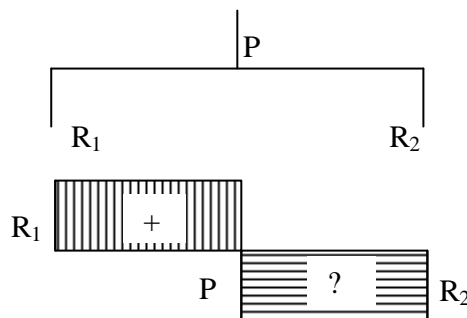
4. Gaya Melintang dan Bidang Gaya Melintang ( **Shear Force Diagram =SFD** )

Gaya melintang adalah gaya yang bekerja tegak lurus dengan sumbu batang ( gambar 7 )



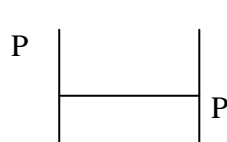
**Gambar 7**

Bidang gaya melintang adalah bidang yang menggambarkan besarnya gaya melintang pada setiap titik.



**Gambar 8**

Bidang gaya melintang diberi tanda positif, bila perputaran gaya yang bekerja searah dengan putaran jarum jam dan diarsir tegak lurus dengan sumbu batang yang menerima gaya melintang. Sebaliknya, bila perputaran gaya yang bekerja berlawanan arah dengan putaran jarum jam diberi tanda negatif dan diarsir sejajar dengan sumbu batang.



Putar kanan, berarti positif



Putar kiri, berarti negatif

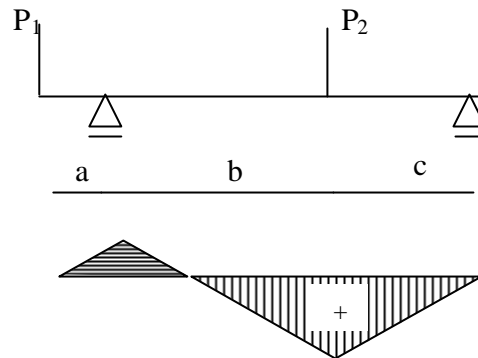
**Gambar 9**

5. Momen dan Bidang Momen ( **Bending Moment Diagram = BMD** )

Momen adalah hasil kali antara gaya dengan jaraknya. Jarak disini adalah jarak yang tegak lurus dengan garis kerja gayanya. Dalam gambar 10 dibawah ini berarti

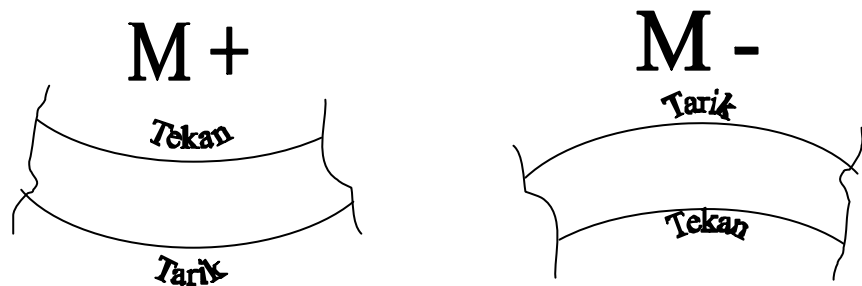
$$M_B = - P_1 \cdot a \text{ dan } M_C = D_V \cdot c$$

Bidang momen adalah bidang yang menggambarkan besarnya momen pada setiap titik.



**Gambar 10**

Bidang momen diberi tanda positif bila bagian bawah atau bagian dalam yang mengalami tarikan. Bidang momen positif diarsir tegak lurus sumbu batang yang mengalami momen ( gambar 11 ).



**Gambar 11**

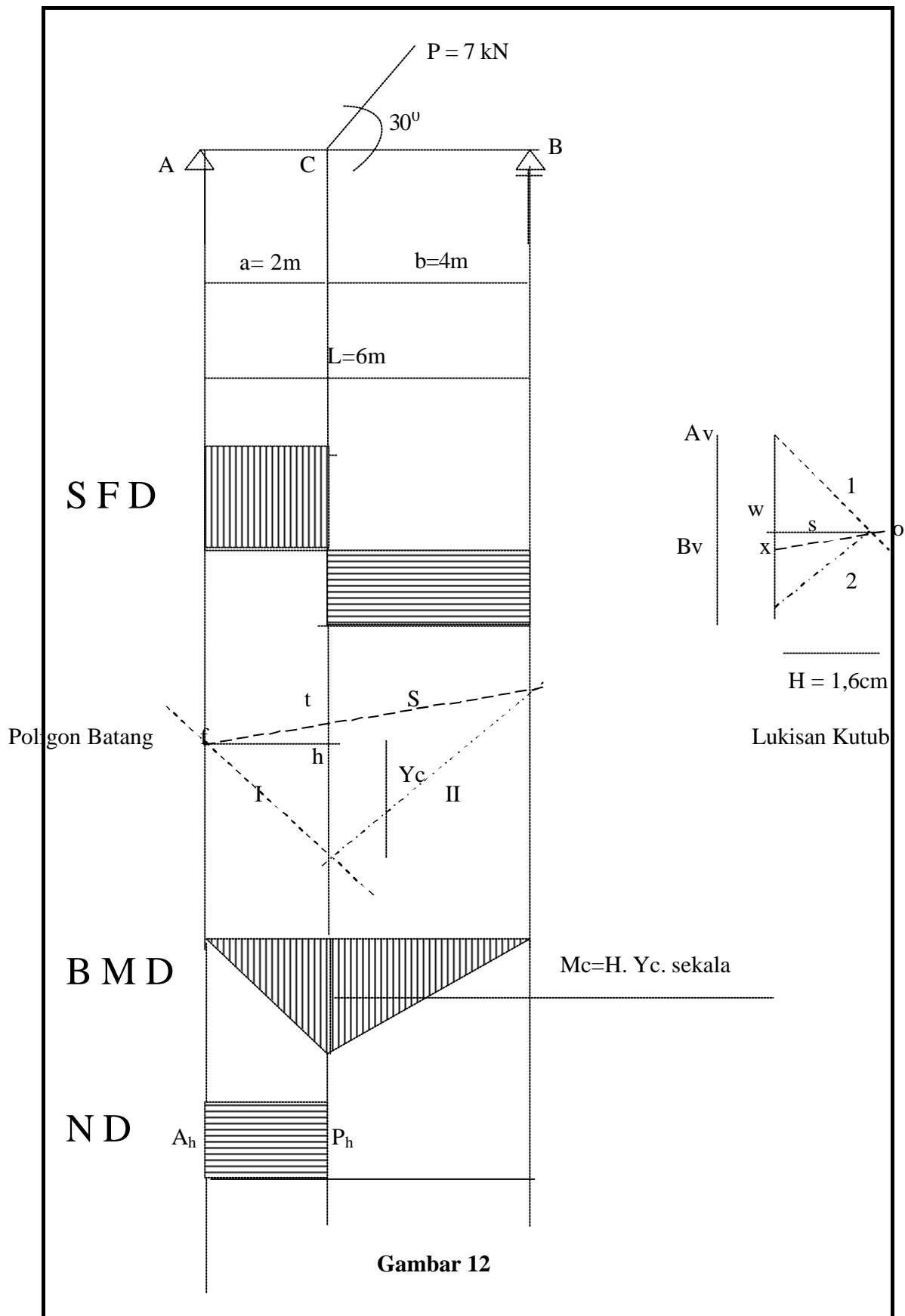
Sebaliknya , bila yang mengalami tarikan pada bagian atas atau luar bidang momen diberi tanda negatif. Bidang momen negatif diarsir sejajar dengan sumbu batang ( gambar 10 ). **Perlu diketahui bahwa momen yang berputar ke kanan belum tentu positif dan momen yang berputar ke kiri belum tentu negatif.** Oleh karena itu perhatikan betul – betul perjanjian tanda di atas.

#### A. Konstruksi Balok Sederhana ( KBS )

Yang dimaksud dengan konstruksi balok sederhana adalah konstruksi balok yang ditumpu pada dua titik tumpu yang masing – masing berupa sendi dan rol. Jenis konstruksi ini adalah statis tertentu yang dapat diselesaikan dengan persamaan keseimbangan.

1. KBS dengan sebuah beban terpusat.

Untuk dapat menggambar bidang D, N, dan M terlebih dahulu harus dihitung besarnya reaksi, baik reaksi horisontal maupun reaksi vertikal. Sedang untuk menghitung besarnya reaksi dapat dilakukan secara grafis maupun secara analitis.



Gambar 12



$$\frac{pt}{rt} \frac{Ox}{vx} = pt \frac{Ox}{vx} = \frac{pt}{A_v} y_c \dots\dots\dots(1)$$

Demikian juga segitiga pgt ( pada poligon batang ) sebangun segitiga OwX ( pada lukisan kutub ), maka juga diperoleh hubungan :

$$\frac{pt}{pq} \frac{Ox}{wO} = pt \frac{pq}{wO} \frac{Ox}{H} \dots\dots\dots(2)$$

( 1 ) = ( 2 )

$$\frac{Ox}{A_v} y_c = \frac{a}{H} Ox$$

$$\frac{y_c}{A_v} \frac{a}{H} = A_v \frac{a}{H} \frac{H}{y_c} = M \frac{H}{y_c}$$

Dalam persoalan ini harga H = 1,6 cm ; yc = 2,5 cm, maka besarnya Mc = H . yc = 2,5 . 1,6 . 1 . 2 = 8 kNm

$$M_A = 0 \quad P_v = a \quad B_v = L \quad 0 \quad B_v = \frac{P_v \cdot a}{L} = \frac{6,1 \cdot 2}{6} = 2,03 \text{ kN ( ke atas )}$$

$$M_B = 0 \quad A_v = L \quad P_v = b \quad 0 \quad A_v = \frac{P_v \cdot b}{L}$$

$$A_v = \frac{6,14}{6} = 4,07 \text{ kN ( ke atas )}$$

$$G_H = 0 \quad A_H = P_H = 0 \quad A_H = P_H = 3,5 \text{ kN}$$

Momen,

MA = 0 ( karena A adalah sendi, dan dapat dibuktikan dengan perhitungan )

MB = 0 ( karena B adalah rol, dan dapat dibuktikan dengan perhitungan )

$$MC = A_v \cdot 2 = 4,07 \cdot 2 = 8,14 \text{ kNm}$$

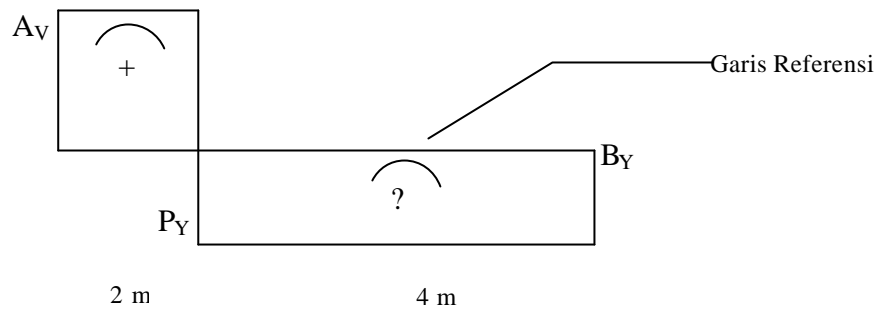
### **Penggambaran Bidang D ( Gaya melintang )**

Bidang D adalah bidang yang menggambarkan gaya melintang yang diterima konstruksi balok sepanjang bentangnya pada beban tetap ( beban tak bergerak ). Sedang gaya melintang adalah gaya yang bekerja tegak lurus sumbu batang.

Sebelum menggambar bidang D, terlebih dahulu buatlah garis referensi yaitu garis mendatar sejajar sumbu balok. Pada titik A bekerja gaya melintang sebesar  $A_v$  ke atas maka lukislah garis sebesar  $A_v$  ke atas dimulai dari garis referensi. Diantara titik A dan C tidak ada gaya melintang ( tidak ada perubahan gaya melintang ), maka garis gaya melintangnya sejajar dengan garis referensi ( mendatar ). Pada titik C bekerja gaya melintang sebesar  $P_v$  ke bawah, maka lukislah garis ke bawah sebesar  $P_v$ . Kemudian antara titik C dan titik B tidak ada perubahan gaya melintang, maka garis gaya melintangnya sejajar garis referensi yang berjarak (  $P_v - B_v$  ) dibawah garis referensi. Pada titik B bekerja gaya melintang sebesar  $B_v$  ke atas. Bila konstruksi balok seimbang, maka lukisan garis sebesar  $B_v$  ini akan tepat pada garis referensi.

Setelah selesai melukis garis gaya melintang, selanjutnya memberi tanda bidang yang dilukis tersebut. Diberi tanda positif bila bidang D terletak diatas garis referensi dan sebaliknya diberi tanda negatif bila berada dibawah garis referensi. Atau dapat dilihat arah

putaran kopelnya, bila putaran kopelnya ke kanan diberi tanda positif dan bila putaran kopelnya ke kiri diberi tanda negatif ( gambar 42 ).



**Gambar 13**

Dapat dibuktikan, bila konstruksi seimbang, bahwa luas bidang D positif sama dengan luas bidang D negatif. Dalam persoalan diatas, luas bidang D positif =  $A_v \cdot a$  dan luas bidang D negatif =  $B_v \cdot b$

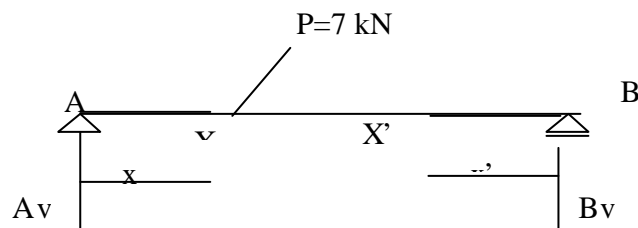
$$\begin{aligned} \text{Jadi : } A_v \cdot a &= B_v \cdot b \\ 4,07 \cdot 2 &= 2,03 \cdot 4 \\ 8,14 &= 8,12 \end{aligned}$$

Adanya sedikit perbedaan itu disebabkan oleh adanya pembulatan  $A_v$  dan  $B_v$ . Bila tidak ada pembulatan, maka harga luas D positif tepat sama dengan harga luas D negatif.

### **Penggambaran Bidang Momen ( M )**

Bidang momen adalah suatu bidang yang menggambarkan besarnya momen yang diterima konstruksi balok sepanjang bentangnya pada beban tetap ( beban tak bergerak ).

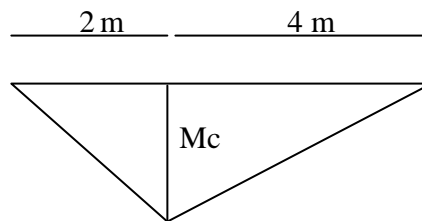
Untuk mengetahui bentuk garis momennya, kita tinjau titik X sejauh x dari titik A,  $0 = x = a$  ( gambar 14 )



**Gambar 14**

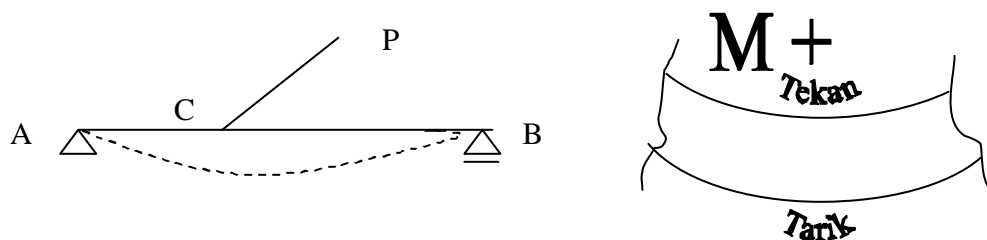
Ternyata persamaan momen dari titik A sampai titik C merupakan persamaan garis lurus. Bila ditinjau titik X' sejauh x' dari titik B, maka akan diperoleh persamaan :  $M_{X'} = B_v \cdot x'$ , juga merupakan garis lurus (  $0 = x' = b$  ). Dari tinjauan ini dapat disimpulkan bahwa pada konstruksi balok yang dibebani beban terpusat garis momennya merupakan garis lurus.

Dalam persoalan diatas, besarnya  $M_A = 0$  ;  $M_B = 0$  ; dan  $M_C = 8,14$  tm, maka garis momennya adalah hubungan titik – titik tersebut secara berurutan ( menurut letaknya bukan menurut nomernya ), lihat gambar 15.



**Gambar 15**

Momen diberi tanda positif karena lenturan balok menyebabkan serat bagian bawah tertarik

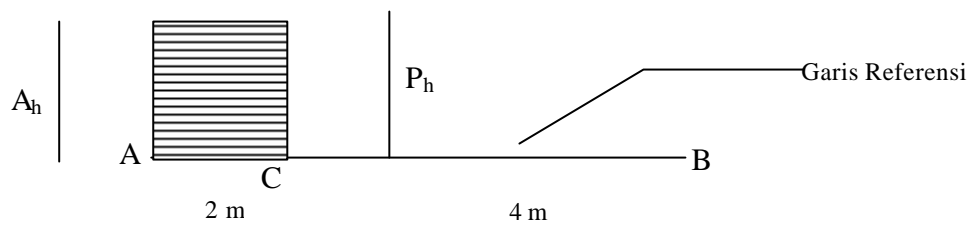


**Gambar 16**

### **Penggambaran Bidang Gaya Normal ( Bidang N )**

Untuk menggambar bidang N, perlu diperhatikan letak tumpuan sendi dan tumpuan rolnya. Tumpuan rol tidak dapat menahan gaya sejajar dengan rolnya ( dalam hal ini rol tidak dapat menahan gaya horizontal

). Jadi gaya normal hanya terjadi pada bagian balok antara tumpuan sendi dan tempat gaya horizontal bekerja, bagian antara tumpuan dan titik pegang gaya horizontal tidak mengalami gaya normal. Dalam persoalan diatas gaya normal yang terjadi adalah sebesar  $A_h$  pada titik A dan sebesar  $P_h$  pada titik C, sedang antara A dan C besarnya gaya normal sama di A atau di C. Gaya normal tersebut adalah gaya tekan, karena arah gaya  $A_h$  menuju pada titik tumpu ( gambar 17).



**Gambar 17**

## 2. KBS dengan Beben Merata

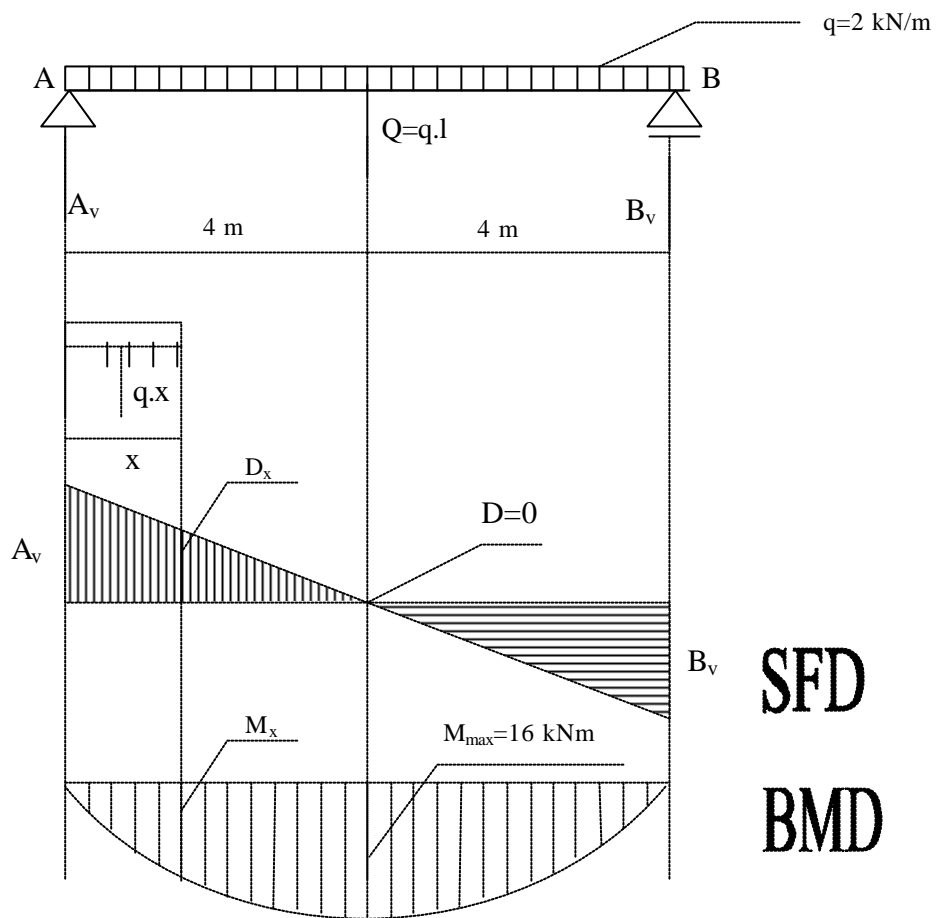
Untuk menghitung dan kemudian menggambar bidang M dan bidang D pada pembebanan merata dapat dilakukan secara grafis dan analitis. Pada cara grafis, beban merata di transfer menjadi beban terpusat. Dengan adanya transfer pembebanan ini, gambar bidang M dan bidang N akan sedikit berbeda apabila dihitung tanpa transfer beban. Perbedaan ini tergantung pada transfernya, semakin kecil elemen beban yang di transfer menjadi beban merata semakin teliti (mendekati sebenarnya) gambar bidang M dan bidang D nya. Dengan kata lain cara grafis kurang teliti bila disbanding dengan cara analitis. Oleh karena itu dalam pembahasan ini tidak dijelaskan cara menghitung dan menggambar secara grafis.

Cara analitis,

- o Mencari Reaksi,

$$\begin{aligned} \sum M_B = 0 & \quad \text{---} \quad A_v \cdot L - (q \cdot L) \cdot 0,5L = 0 \\ A_v & = 0,5 \cdot q \cdot L \\ A_v & = 0,5 \cdot 2 \cdot 8 = 8 \text{ ton ( ke atas )} \end{aligned}$$

Karena simetri dan beban merata maka  $B_v = A_v = 8$



**Gambar 18**

a. Mencari persamaan garis gaya melintang

Tinjau pada titik X dengan jarak  $x$  m dari A

$D_x = A_v - q \cdot x$  — merupakan garis lurus dengan kemiringan  $\text{tg } a = -q$

Untuk  $x = 0$  —  $D_v = D_A = A_v - 0 = 8 \text{ kN}$

Untuk  $x = 4$  —  $D_v = D_C = A_v - q \cdot 4 = 8 - 2 \cdot 4 = 0$

Untuk  $x = 8$  —  $D_v = D_B = A_v - q \cdot 8 = 8 - 2 \cdot 8 = -8 \text{ kN}$

b. Mencari persamaan garis momen

$M_x = A_v \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2}x$

$M_x = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$  merupakan persamaan garis parabola.

Untuk  $x = 0$  ———  $M_x = M_A = 0$

Untuk  $x = 4$  ———  $M_x = M_C = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4^2$   
 $= 32 - 16 = 16 \text{ kNm}$

Untuk  $x = 8$  ———  $M_x = M_B = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8 \cdot 8 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 8^2 = 0$

c. Hubungan antara momen dan gaya melintang

Dari persamaan :  $M_x = A_v \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$

$$\frac{d M_x}{d x} \qquad \frac{d M_x}{d x}$$

Diferensialkan :  $\frac{d M_x}{d x} = A_v - q \cdot x$  ———  $\frac{d M_x}{d x} = D_x$

d. Momen Ekstrem

$$\frac{d M_x}{d x}$$

Momen ekstrem terjadi pada  $D_x = 0$  atau  $\frac{d M_x}{d x} = 0$

$$A_v \quad \frac{1}{2} \cdot q \cdot L$$

jadi  $0 = A_v - q \cdot x$  ———  $x = \frac{A_v}{q} = \frac{\frac{1}{2} \cdot q \cdot L}{q} = \frac{1}{2} \cdot L$

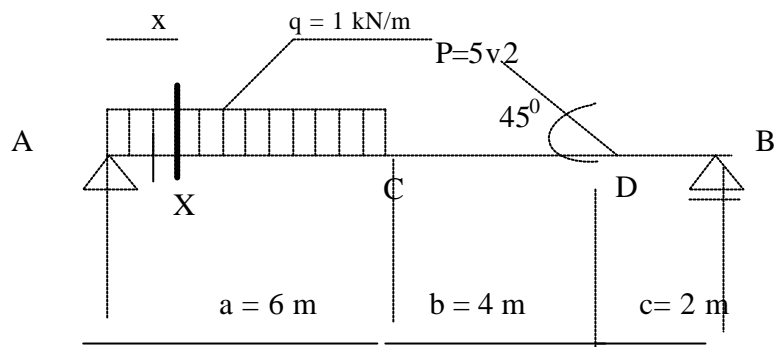
Jadi momen maksimum terjadi pada jarak  $\frac{1}{2}L$  dari A

$$M_{maks} = A_v \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot \frac{1}{2}L - \frac{1}{2} \cdot q \cdot (\frac{1}{2}L)^2$$

$$= \frac{q \cdot L^2}{8} - \frac{2 \cdot 8^2}{8} = 16 \text{ kNm}$$

3. KBS dengan Beban Merata dan Terpusat ( Kombinasi )

Konstruksi balok dengan beban seperti gambar 19a akan dihitung dan digambar bidang M, D, dan N.



Gambar 19a

Penyelesaian :Secara analitis,

**Reaksi,**

$$SM_B=0 \quad A_v \cdot L - q \cdot a \cdot (\frac{1}{2}a + b + c) - P \sin a \cdot c = 0$$

$$A_v \cdot 12 - 1 \cdot 6 \cdot (\frac{1}{2} \cdot 6 + 4 + 2) - 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} \cdot 2 = 0$$

$$6 \cdot 9 + 5 \cdot 2 \quad 54 + 10 \quad 64$$

$$A_v = \frac{54 + 10 - 64}{12 + 12 + 12}$$

$$A_v = 5,33 \text{ kN ( ke atas )}$$

$$SG_v=0 \quad A_v + B_v - q \cdot a - P \sin a = 0$$

$$5,33 + B_v - 1 \cdot 6 - 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0$$

$$B_v = 6 + 5 - 5,33 = 5,67 \text{ kN ( ke atas )}$$

$$SG_h=0 \quad A_h + P \cos a = 0$$

$$A_h = - P \cos a = - 5\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = - 5 \text{ kN ( ke kiri )}$$

**Gaya melintang,**

$$D_A = A_v = 5,33 \text{ kN}$$

$$D_C = A_v - q \cdot a = 5,33 - 1 \cdot 6 = - 0,67 \text{ kN}$$

$$D_{D \text{ kiri}} = D_C = - 0,67 \text{ kN}$$

$$D_{D \text{ kanan}} = A_v - q \cdot a - P \sin a = 5,33 - 6 = - 5,67 \text{ kN}$$

**Momen**

$$M_A = 0, M_B = 0$$

$$M_C = A_v \cdot a - q \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot a = 5,33 \cdot 6 - 1 \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6$$

$$M_C = 31,98 - 18 = 14 \text{ kN}$$



$$M_D = B_V \cdot c = 5,67 \cdot 2 = 11,34 \text{ kNm}$$

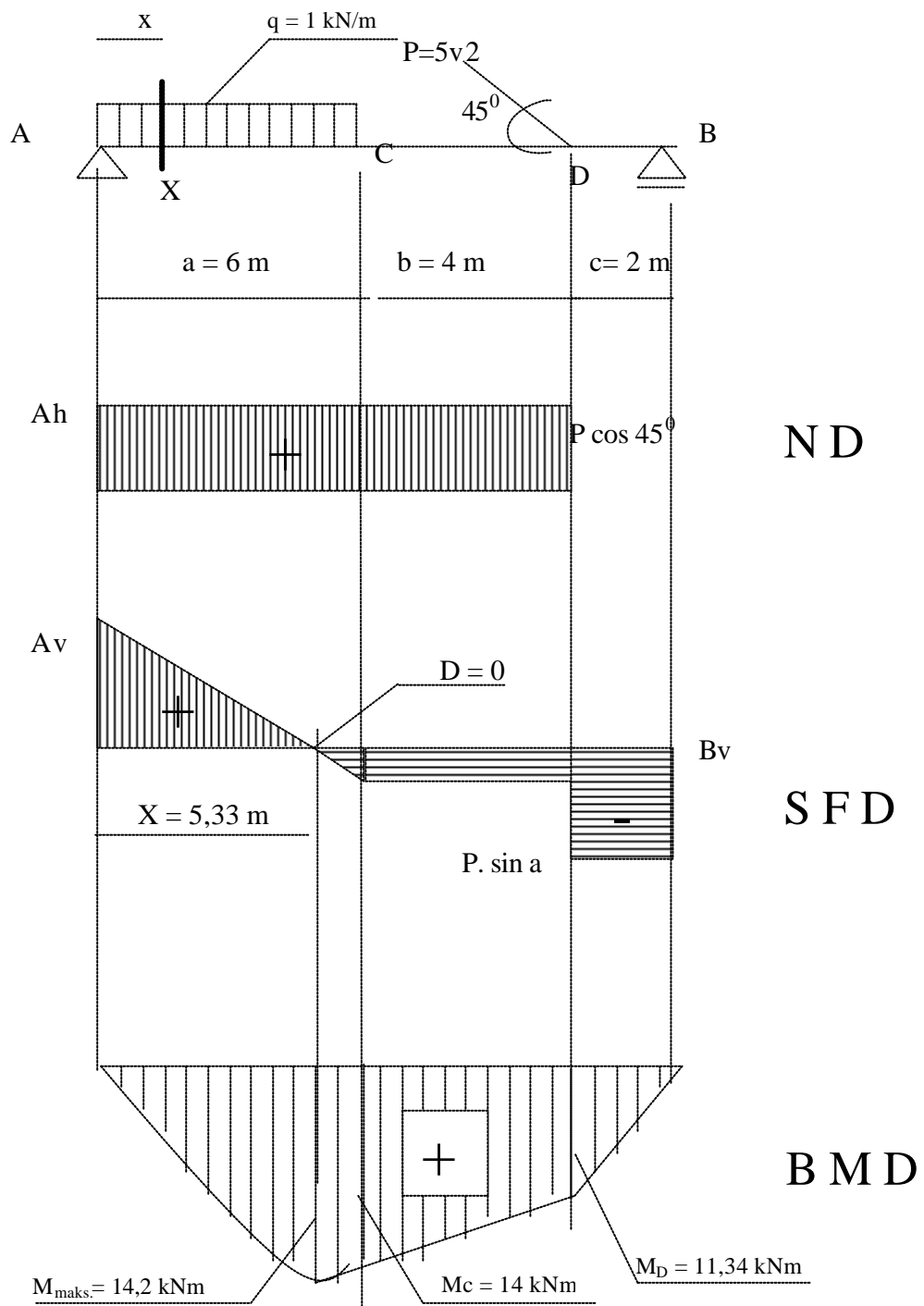
**Momen ekstrem terjadi pada  $D = 0$**

$$D_x = A_v - q \cdot x$$

$$0 = 5,33 - 1 \cdot x \quad x = 5,33 \text{ m}$$

$$M_{\max} = A_v \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x$$

$$M_{\max} = 5,33 \cdot 5,33 - 1 \cdot 5,33 \cdot \frac{1}{2} \cdot 5,33 = 14,2 \text{ kNm}$$



**Gambar 19**

5. KBS dengan Beban Momen

a. KBS dengan Beban Momen Negatif pada Salah Satu Ujungnya

Reaksi :

$$SM_B=0$$

$$A_v \cdot L + M_B=0$$

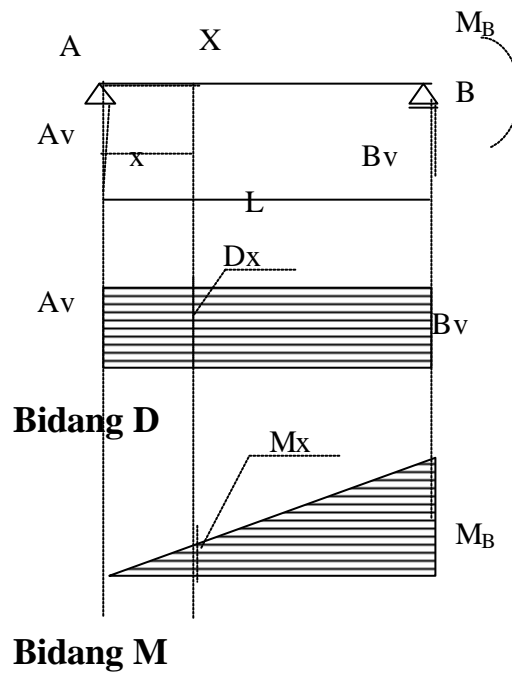
$$A_v \cdot \frac{M_B}{L} \text{ (ke bawah)}$$

$$SM_A=0$$

$$-B_v \cdot L + M_B=0$$

$$B_v \cdot \frac{M_B}{L} \text{ (ke atas)}$$

Tinjauan titik x (0  $\leq$  x  $\leq$  L)



**Gambar 20**

$M_x = A_v \cdot x$
$\frac{dM_x}{dx} = A_v$

- \_\_\_\_\_ Persamaan garis lurus miring
- \_\_\_\_\_ Persamaan garis lurus mendatar

b. KBS dengan Beban Momen Negatif pada Kedua Ujungnya ( $M_A > M_B$ )

Reaksi :

$$SM_B = 0$$

$$A_v \cdot L - \frac{M_A}{L} \cdot \frac{M_B}{L} = 0$$

$$A_v = \frac{M_A + M_B}{L}$$

$$M_A = 0$$

$$-B_v \cdot L - \frac{M_A}{L} \cdot \frac{M_B}{L} = 0$$

$$B_v = \frac{M_B + M_A}{L}$$

Tinjauan padtitik x ( $0 \leq x \leq L$ )

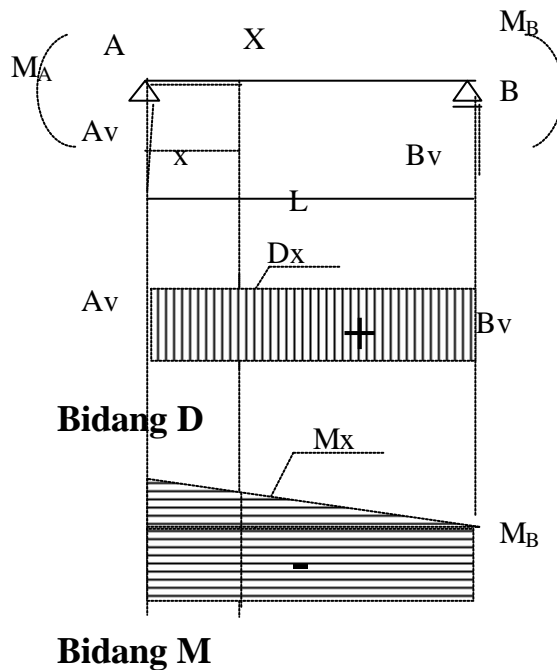
$$M_x = A_v \cdot x - M_A$$

$$M_x = \frac{M_A + M_B}{L} \cdot x - M_A$$

persamaan garis lurus miring

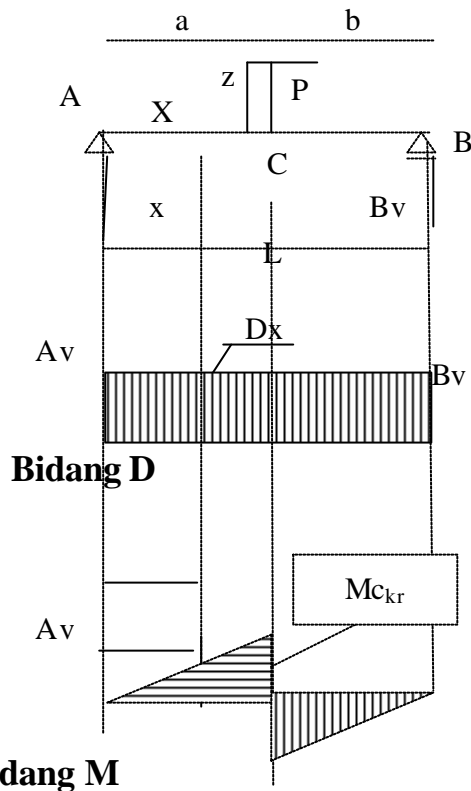
$$D_x = \frac{dM_x}{dx} = \frac{M_A + M_B}{L}$$

persamaan garis lurus sejajar sumbu batang



Gambar 21

a. KBS dengan Beban Momen diantara Tumpuan



Gambar 22

Reaksi :

$$\begin{aligned}
 &M_B = 0 \\
 &A_v \cdot L - P \cdot Z = 0 \\
 &A_v = \frac{P \cdot Z}{L} + \frac{M}{L} \\
 &M_A = 0 \\
 &-B_v \cdot L + P \cdot Z = 0 \\
 &B_v = \frac{P \cdot Z}{L} + \frac{M}{L}
 \end{aligned}$$

Tinjauan titik x (0 <math>x</math> <math>a</math>)

$M_x = A_v \cdot x$  ? persamaan garis lurus miring

$$dM_x$$

$D_x = \dots = A_v$  ? persamaan garis lurus

$$d_x$$

sejajar sumbu batang

untuk  $x = a$  ?  $M_{Ckr} = A_v \cdot a$

$$M_{Ckr} = \frac{M \cdot a}{L}$$

Tinjauan titik x ?  $a = x = L$

$$M_x = A_v \cdot x - M$$

$$M_x = \frac{M}{L} x - M$$

Garis lurus miring

Untuk  $x = a$  diperoleh :

$$M_C = \frac{M}{L} \cdot a \cdot M$$

$$M_C = \frac{M \cdot a \cdot M \cdot L}{L} + \frac{M \cdot a \cdot M \cdot (a \cdot b)}{L}$$

$$M_C = \frac{M \cdot a \cdot M \cdot c \cdot M \cdot b}{L}$$

$$M_C = \frac{M \cdot b}{L}$$

Untuk  $x = L$ ; diperoleh :

$$M_B = \frac{M}{L} \cdot a \cdot M$$

$$M_B = \frac{M}{L} \cdot L \cdot M$$

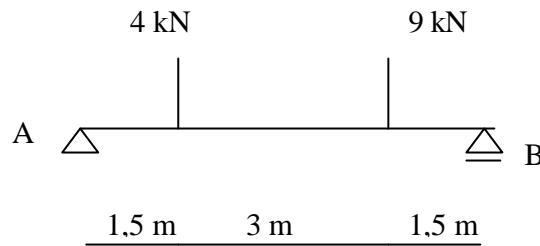
$$M_B = M \cdot M$$

$$M_B = 0$$

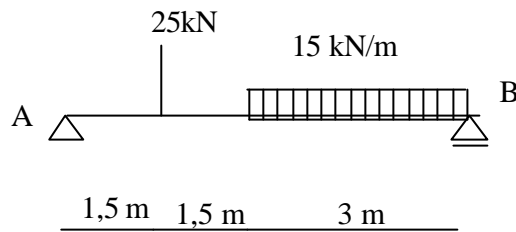
II. Lembar Latihan ( 9 jam )

Hitung dan gambar bidang Gaya melintang, Gaya Normal dan Momen lentur dari konstruksi balok AB seperti gambar di bawah ini.

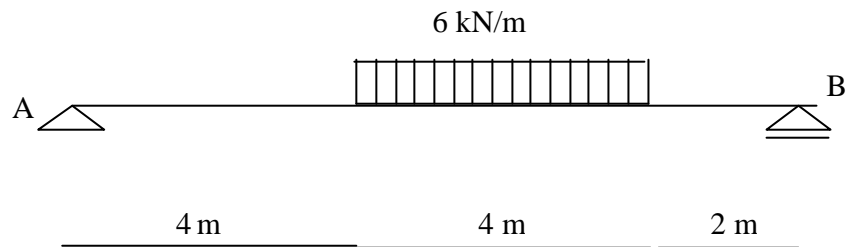
1.



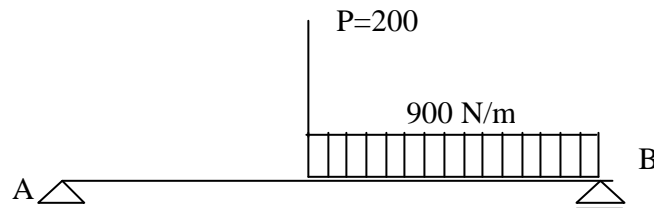
2.



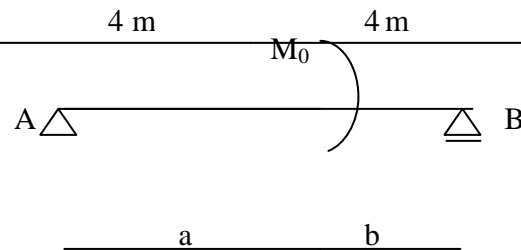
3.



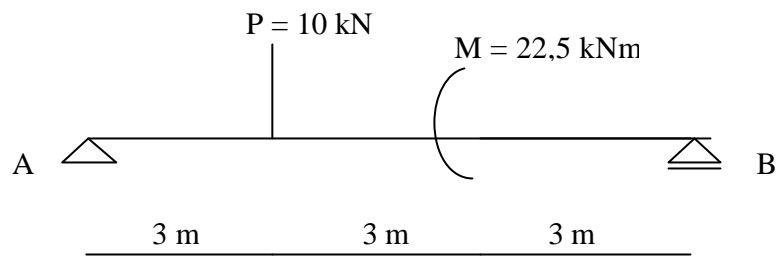
4.



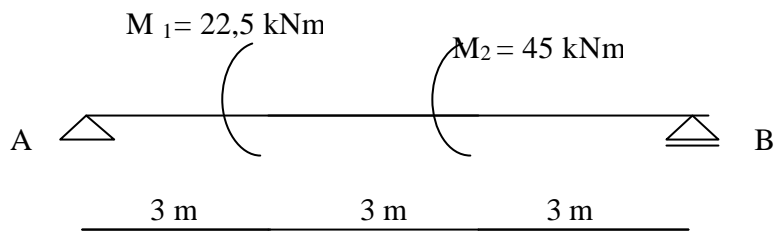
5.



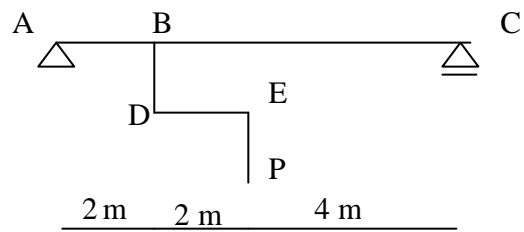
6.



7.



8





## Kegiatan Belajar 2

### KONSTRUKSI BALOK TERJEPIT SATU TUMPUAN DAN KONSTRUKSI BALOK OVERSTEK (EMPERAN)

#### I. Lembar Informasi ( Waktu 2 jam )

##### A. Tujuan Program

Setelah selesai mengikuti kegiatan belajar ini diharapkan peserta diklat dapat :

1. Menghitung reaksi, gaya melintang, gaya normal, dan momen lentur pada konstruksi balok terjepit satu tumpuan.
2. Menggambar bidang gaya melintang, bidang gaya normal, dan bidang momen lentur pada konstruksi balok overstek.

##### B. Materi Belajar

#### 1. Konstruksi Balok Terjepit Satu Tumpuan ( KBTST )

##### a. KBTST dengan Beban Terpusat

- Mencari Reaksi,

$$SG_v = 0$$

$$A_v - P = 0$$

$$A_v = P$$

- Persamaan Garis Gaya Melintang, Tinjauan titik X sejauh x dari titik B.

$D_x = +P$  ? merupakan garis lurus sejajar sumbu balok.

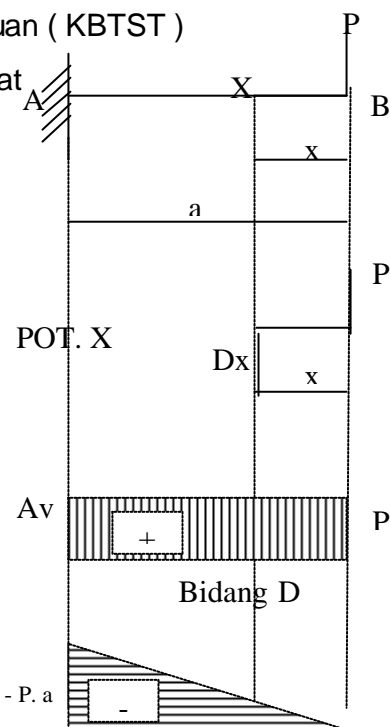
- Persamaan Garis Momen,

$M_x = -P \cdot x$  ? merupakan garis lurus miring

$$M_A = -P \cdot a$$

Untuk  $x = a$ ,  $M_x = M_A = -P \cdot a$

Untuk  $x = 0$ ,  $M_x = M_B = 0$



**Bidang M**

**Gambar 23**

b. KBTST dengan Beban Merata

- Mencari Reaksi,

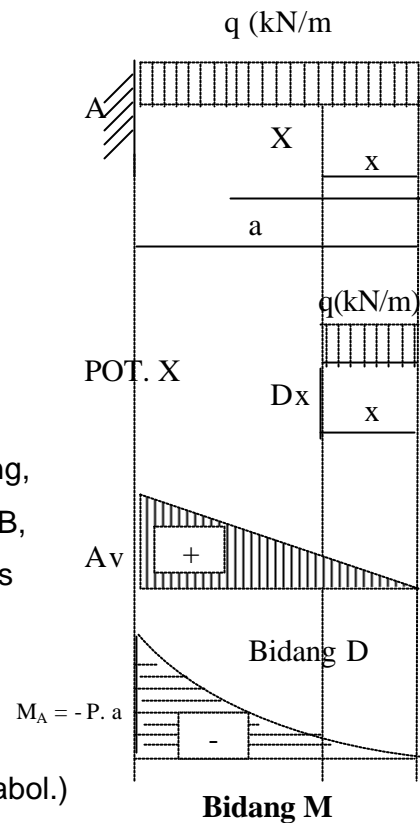
$$SG_v=0$$

$$A_v - q = 0$$

$$A_v = q$$

- Persamaan Garis Gaya Melintang,  
Tinjau titik X sejauh x dari titik B,  
 $D_x = +q \cdot x$  (merupakan garis lurus miring.)

- Persamaan Garis Momen,  
 $M_x = -q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2$   
(merupakan garis lengkung parabol.)



Gambar 24

2. Konstruksi Balok yang Ber-Overstek ( KBO )

1.KOB Tunggal dengan Beban Terpusat

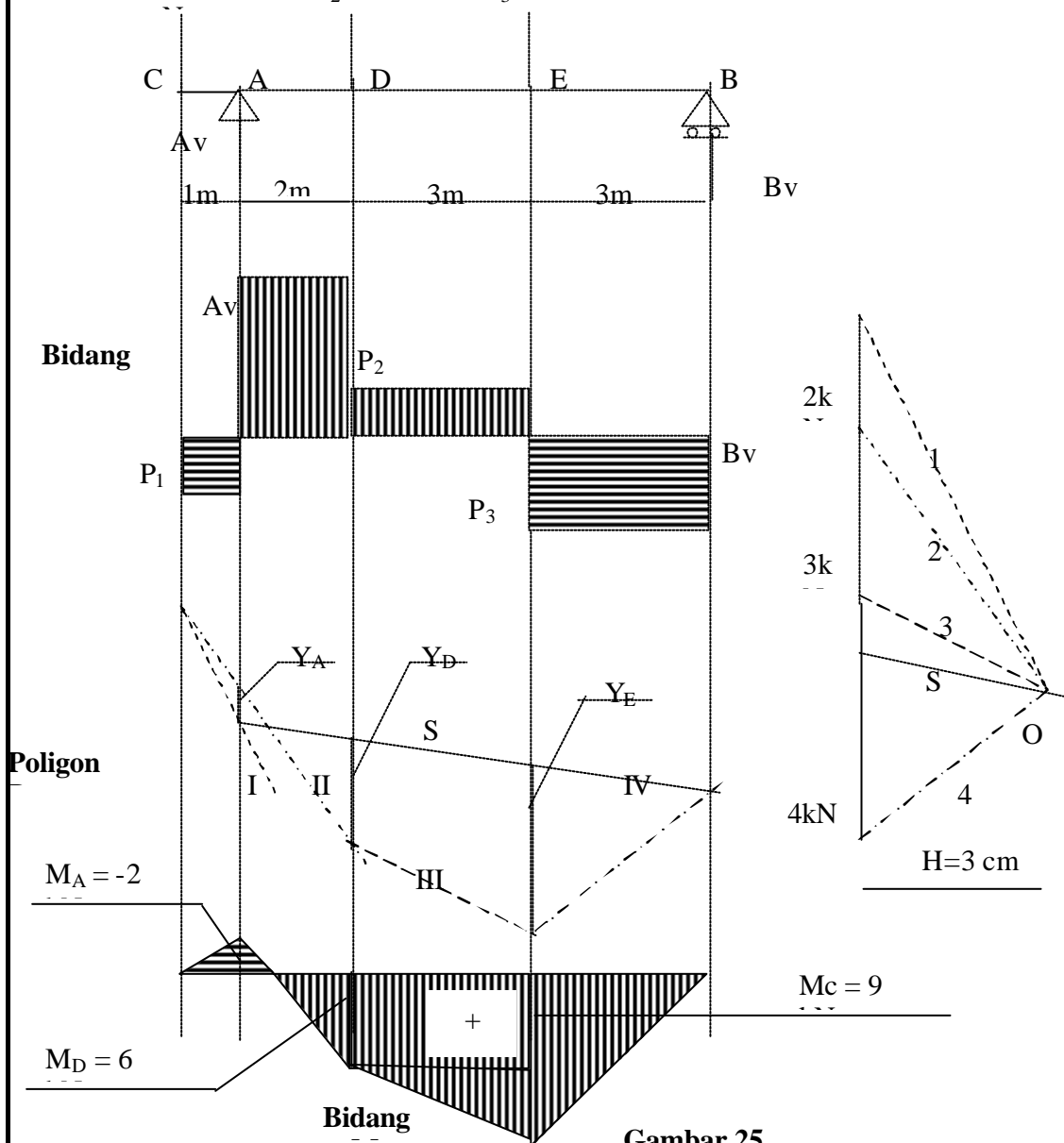
Diketahui konstruksi balok yang ber-overstek seperti gambar dibawah. Diminta menghitung dan kemudian menggambar bidang D dan M secara grafis dan analitis.

**Cara grafis :**

- Tentukan skala gaya dan skala jarak serta perpanjang garis kerja  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ ,  $A_v$ , dan  $B_v$ .
- Lukis gaya  $P_1$ ,  $P_2$ , dan  $P_3$  dan tentukan jarak kutub. Pilihlah jarak kutub sedemikian rupa sehingga poligon batang tidak terlalu tumpul dan terlalu tajam. ( misal dalam hal ini dipilih jarak kutub 3 cm )

- Lukis garis 1, 2, 3, dan 4 melalui titik kutub O.
- Lukis garis I, II, III, dan IV pada poligon batang yang masing-masing sejajar garis 1, 2, 3, dan 4.
- Hubungkan titik potong garis I –  $A_v$  dengan titik potong garis IV –  $B_v$ , garis ini berilah tanda S.
- Lukis garis  $\bar{S}$  pada lukisan kutub yang sejajar garis S.

$$P_1=2k \quad P_2=3kN \quad P_3=4kN$$



Gambar 25

-Besarnya Reaksi :

$A_v = 6$  dikalikan dengan skala gaya

$$A_v = 6 \cdot 1 = 6 \text{ kN}$$

$B_v = 3$  cm dikalikan dengan skala gaya

$$B_v = 3 \cdot 1 = 3 \text{ kN}$$

-Besarnya Momen :

$M_A = H \cdot Y_A \cdot \text{skala gaya} \cdot \text{skala jarak}$

$$M_A = 3 \cdot (-0,7) \cdot 1 \cdot 1 = -2,1 \text{ kNm}$$

$$M_D = H \cdot Y_D \cdot 1 \cdot 1 = 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 6 \text{ kNm}$$

$$M_E = H \cdot Y_E \cdot 1 \cdot 1 = 3 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 1 = 9 \text{ kNm}$$

### Cara Analitis

-Mencari Reaksi :

$$SM_A = 0$$

$$? B_v \cdot 8 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 0$$

$$B_v \frac{4.5 \uparrow + 3.2 \uparrow + 2.1 \downarrow}{8} - \frac{20 \uparrow + 6 \downarrow + 2 \downarrow}{8}$$

$$B_v \frac{24 \uparrow}{3} = 3 \text{ kN ( ke atas )}$$

$$SG_v = 0 \quad \text{---} \quad A_v + B_v - P_1 - P_2 - P_3 = 0$$

$$A_v = P_1 + P_2 + P_3 - B_v$$

$$A_v = 2 + 3 + 4 - 3 = 6 \text{ kN}$$

Untuk mengontrol dapat digunakan :  $SM_B = 0$  (coba lakukan)

-Menghitung Momen :

$$M_A = -P_1 \cdot 1 = -2 \cdot 1 = -2 \text{ kNm}$$

$$M_D = A_v \cdot 2 - P_1 \cdot 3 = 6 \cdot 2 - 2 \cdot 3 = 6 \text{ kNm}$$

$$M_E = B_v \cdot 3 = 3 \cdot 3 = 9 \text{ kNm ( dari kanan )}$$

## 2.KBO Ganda dengan Beban Terbagi Merata

Diketahui Konstruksi Balok dengan overstek ganda yang dibebani beban merata seperti gambar dibawah ini. Diminta menghitung dan kemudian menggambar bidang M dan D secara analitis.

Penyelesaian :

-Mencari Reaksi,

$$\sum M_B = 0; \quad ? \quad A_v \cdot L - q \cdot (a + L + a) \cdot \frac{1}{2} \cdot L = 0$$

$$A_v = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L + 2a)$$

Konstruksi maupun bebannya simetris, maka  $B_v = A_v$

**-Mencari Momen,**

Momen antara CA,

Ditinjau titik X' sejauh x' dari titik C :  $0 = x' = a$

$$M_{x'} = -q \cdot x' \cdot \frac{1}{2} \cdot x' = -\frac{1}{2} \cdot (x')^2$$

$$\text{Untuk } x'=a; \quad M_{x'}=M_A = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2$$

Karena simetri, maka momen antara BD sama dengan momen antara CA, dengan  $M_A = M_B = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2$

Momen antara AB,

Ditinjau titik X sejauh x di titik A, dengan  $0 = x = L$

$$M_A = A_v \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \left( \frac{1}{2} \cdot a + x \right)$$

-Tempat Momen Extrem,

Momen ekstrem terjadi pada  $D_x = 0$  atau pada  $\frac{dM_x}{dx} = 0$

$$M_x = A_v \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \left( \frac{1}{2} \cdot a + x \right)$$

$$M_x = A_v \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \cdot q \cdot a \cdot x$$

$$\frac{dM_x}{dx} = A_v - q \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a$$

$$0 = A_v - q \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \quad ? \quad q \cdot x = A_v - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a$$

$$q \cdot x = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a) - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a$$

$$q \cdot x = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L + q \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a$$

$$x = \frac{1}{2} \cdot L$$

Jadi letak momen maksimum pada jarak  $\frac{1}{2} \cdot L$  dari titik A.

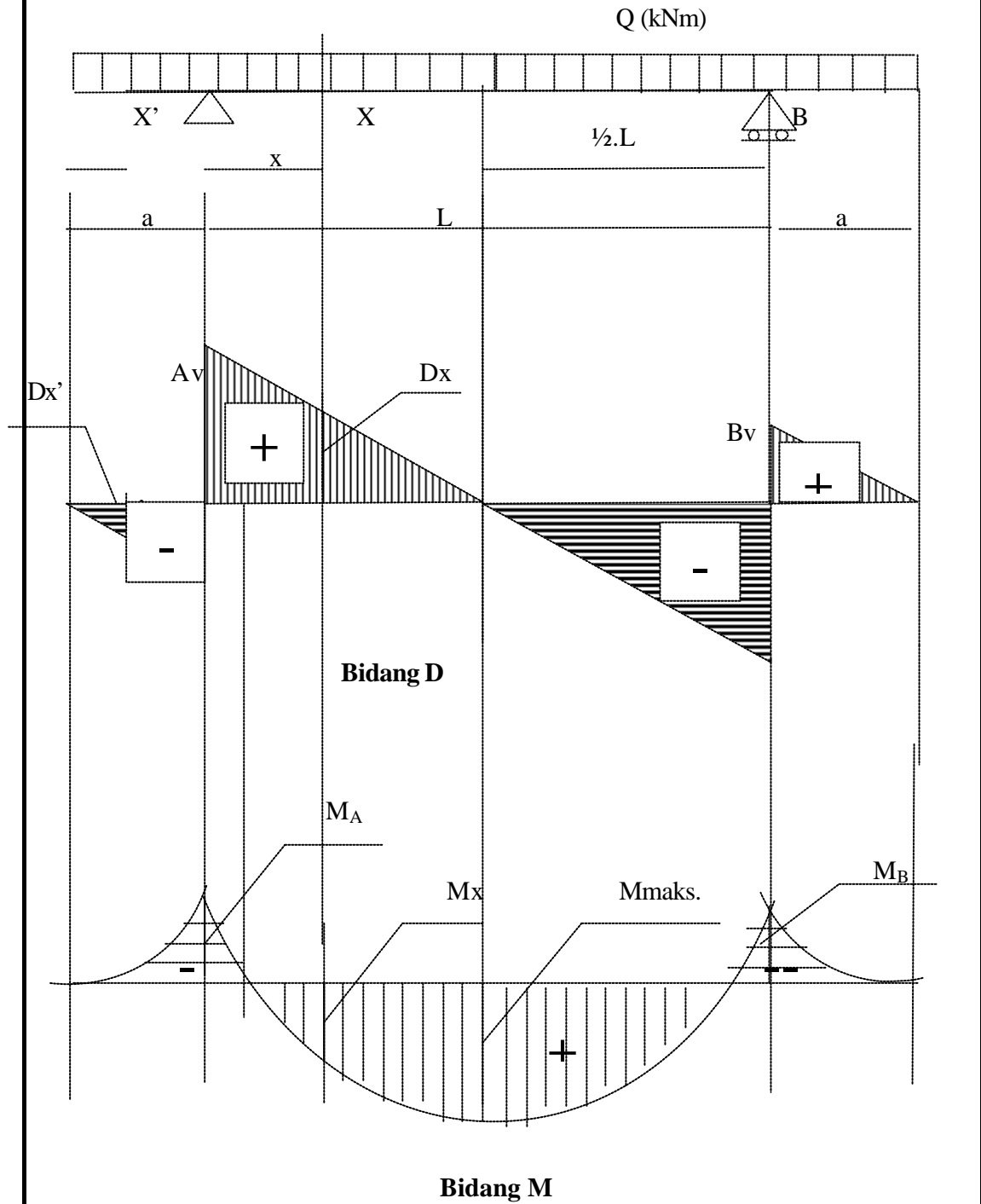
$$M_{\text{maks}} = A_v \cdot x - \frac{1}{2} \cdot q \cdot x^2 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \cdot q \cdot a \cdot x$$

$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L + 2 \cdot a) \cdot \frac{1}{2} \cdot L - \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot L \right)^2 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 - q \cdot a \cdot \frac{1}{2} \cdot L$$

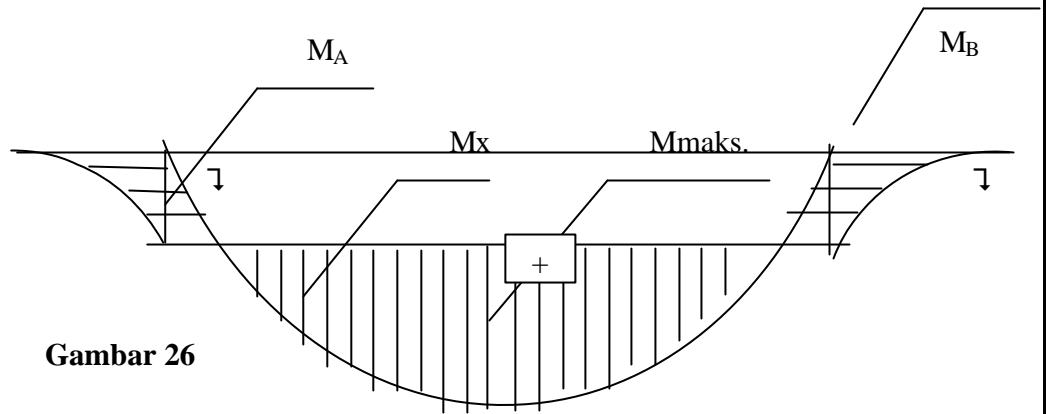
$$M_{\text{maks}} = \frac{1}{4} \cdot L^2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot a - \frac{1}{8} \cdot q \cdot L^2 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a \cdot L$$

$$M_{\text{maks}} = \frac{q \cdot L^2}{8} + \frac{q \cdot a^2}{2}$$

Ternyata besarnya momen maksimum sama dengan momen maksimum balok dengan bentang L dikurangi dengan momen pada tumpuannya, secara bagan dapat dilihat dalam gambar dibawah ini.



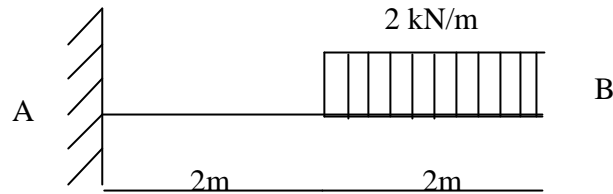
Cara lain menggambar bidang M



**Gambar 26**

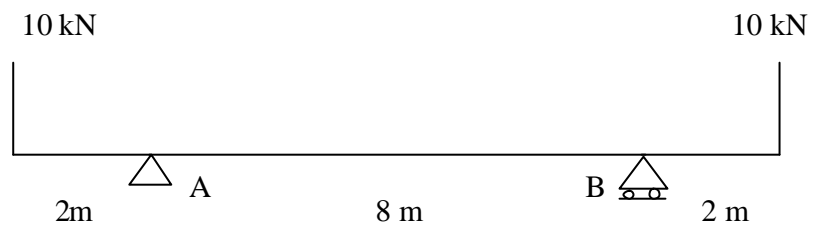
II. Lembar Latihan (Waktu 2 jam).

1. Hitunglah reaksi, gaya melintang, dan momen lentur pada konstruksi balok terjepit satu tumpuan dengan beban seperti gambar 27, kemudian gambarlah bidang D dan M-nya. ( Nilai maksimum 30 ).



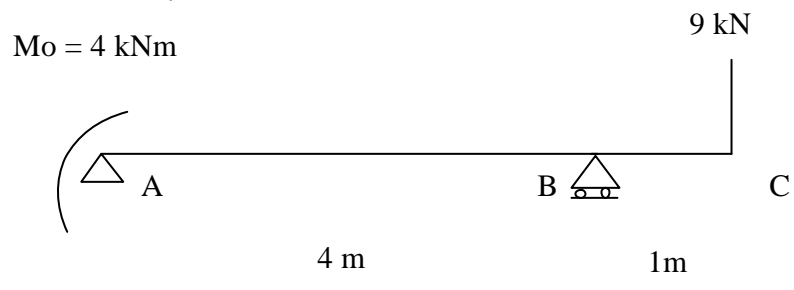
**Gambar 27**

2. Pertanyaan seperti soal nomor satu untuk gambar 28 di bawah ini. (Nilai maksimum 30)



**Gambar 28**

3. Pertanyaan seperti soal nomor satu untuk gambar 29 di bawah ini. (Nilai maksimum 40)



**Gambar 29**



### KEGIATAN BELAJAR 3

## KONSTRUKSI BALOK DENGAN BEBAN TIDAK LANGSUNG DAN KOSTRUKSI BALOK YANG MIRING

#### I Lembar Informasi

##### A. Tujuan Progam

Setelah selesai mengikuti kegiatan belajar 3 diharapkan siswa dapat :

1. Menghitung dan menggambar bidang D dan M pada Konstruksi Balok dengan beban tidak langsung.
2. Menghitung dan menggambar bidang D ,M, dan N pada Konstruksi balok yang miring.

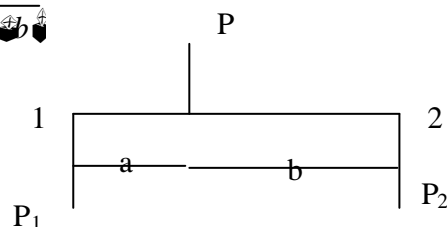
##### B. Materi Belajar

##### 1. Konstruksi Balok dengan Beban Tidak Langsung

Pada peristiwa ini beban langsung membebani balok induk, tetapi melalui balok melintang ( balok anak) yang berada di atasnya. Beban pertama kali membebani balok anak kemudian diteruskan kepada balok induk. Beban yang diterima balok anak bergantung pada jauh dekatnya secara relatif dengan balok anak disebelahnya yang sama-sama mena han beban. Sebagai contoh pada gambar 34, gaya P ditahan oleh balok anak 1 dan 2 yang masing-masing jaraknya a dan b, maka besar beban yang diterima balok anak 1

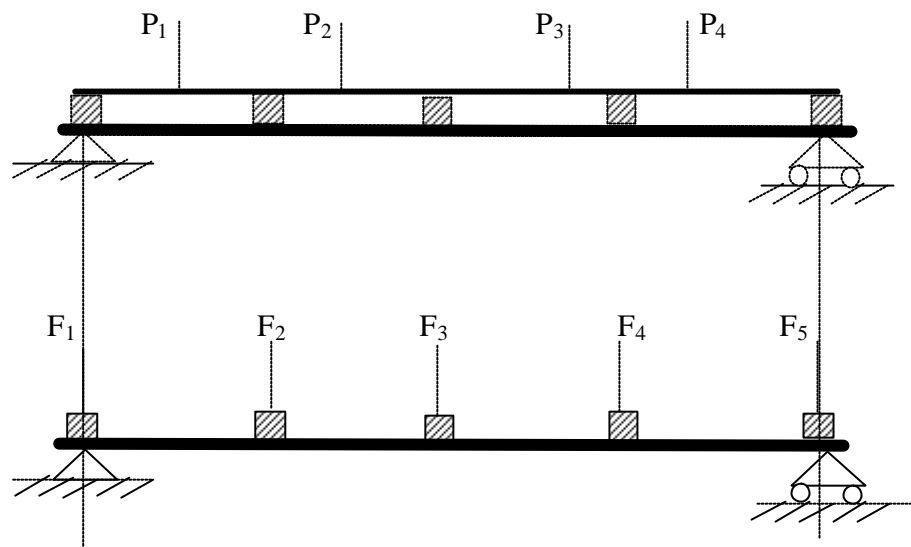
adalah  $P_1 = \frac{P \cdot b}{a + b}$  dan beban yang diterima balok anak 2 adalah

$$P_2 = \frac{P \cdot a}{a + b}$$



Gambar 34

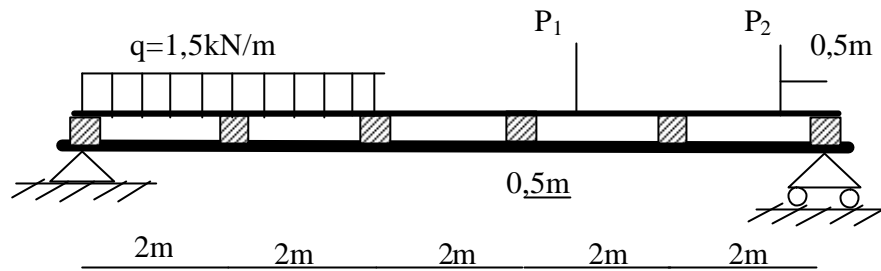
Bila pada suatu balok induk memiliki beberapa balok, anak, maka pelimpahan beban dari balok anak disesuaikan dengan letak dan besar bebannya. Seperti terlihat pada gambar 35, beban  $F_1$  berasal dari sebagian  $P_1$ , beban  $F_2$  sebagian berasal dari  $P_1$  dan  $P_2$ , beban  $F_3$  berasal dari sebagian  $P_2$  dan  $P_3$ , beban  $F_4$  sebagian berasal dari  $P_3$  dan  $P_4$ , dan beban  $F_5$  berasal sebagian dari  $P_4$ .



Gambar 35

### Contoh Perhitungan Balok yang dibebani tidak langsung.

Ada dua cara dalam menghitung dan menggambar bidang D dan M pada balok yang dibebani tidak langsung yaitu : (1) Dengan menganggap beban langsung kemudian gambar bidang D dan M dikoreksi, tetapi untuk perhitungan reaksi tumpuan tidak ada koreksi. (2) Dengan melimpahkan beban ke balok anak dulu kemudian dihitung berdasarkan beban yang telah dilimpahkan pada balok anak tersebut. Beban seperti ini sering terjadi pada balok gording dan jembatan. Sebagai contoh soal seperti gambar 36 dengan  $P_1 = 7$  kN, dan  $P_2 = 3,5$  kN yang bidang D dan M-nya pada gambar 37.



**Gambar 36**

Penyelesaian :

**Cara 1, menganggap beban langsung.**

Besarnya reaksi tumpuan tidak terpengaruh oleh anggapan ini. Yang terpengaruh adalah besarnya gaya melintang dan besarnya gaya momen. Besarnya momen dapat dikoreksi dengan mudah, yaitu dengan memenggal gambar bidang M diantara dua balok melintang ( lihat gambar 37 ). Sedang gambar bidang D, tidak ada kepastian karena tergantung letak bebannya. Oleh karena itu lebih baik gambar bidang D digambar berdasarkan beban yang telah dilimpahkan (tanpa anggapan beban langsung ). Jadi cara ini hanya untuk mempercepat perhitungan dan penggambaran bidang momen.

**Menghitung Reaksi,**

?  $M_B = 0$

$$A_v \cdot 10 - (1,5 \cdot 4) \cdot 8 - 7 \cdot 3,5 - 3,5 \cdot 0,5 = 0$$

$$A_v \cdot \frac{(1,5 \cdot 4) \cdot 8 + 7 \cdot 3,5 + 3,5 \cdot 0,5}{10} = \frac{48 + 24,5 + 1,75}{10}$$

$$A_v \cdot \frac{74,25}{10} = 7,425 \text{ kN (ke atas)}$$

?  $G_v = 0$

$$A_v + B_v - q \cdot 4 - P_1 - P_2 = 0$$

$$B_v = q \cdot 4 + P_1 + P_2 - A_v = 1,5 \cdot 4 + 7 + 3,5 - 7,425$$

$$B_v = 6 + 7 + 3,5 - 7,425 = 16,5 - 7,425 = 9,075 \text{ kN ( ke atas )}$$

**Menghitung Momen,**

$$M_C = A_v \cdot 2 - q \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2 = 7,425 \cdot 2 - 1,5 \cdot 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 2$$

$$M_C = 14,85 - 3 = 11,85 \text{ kNm}$$

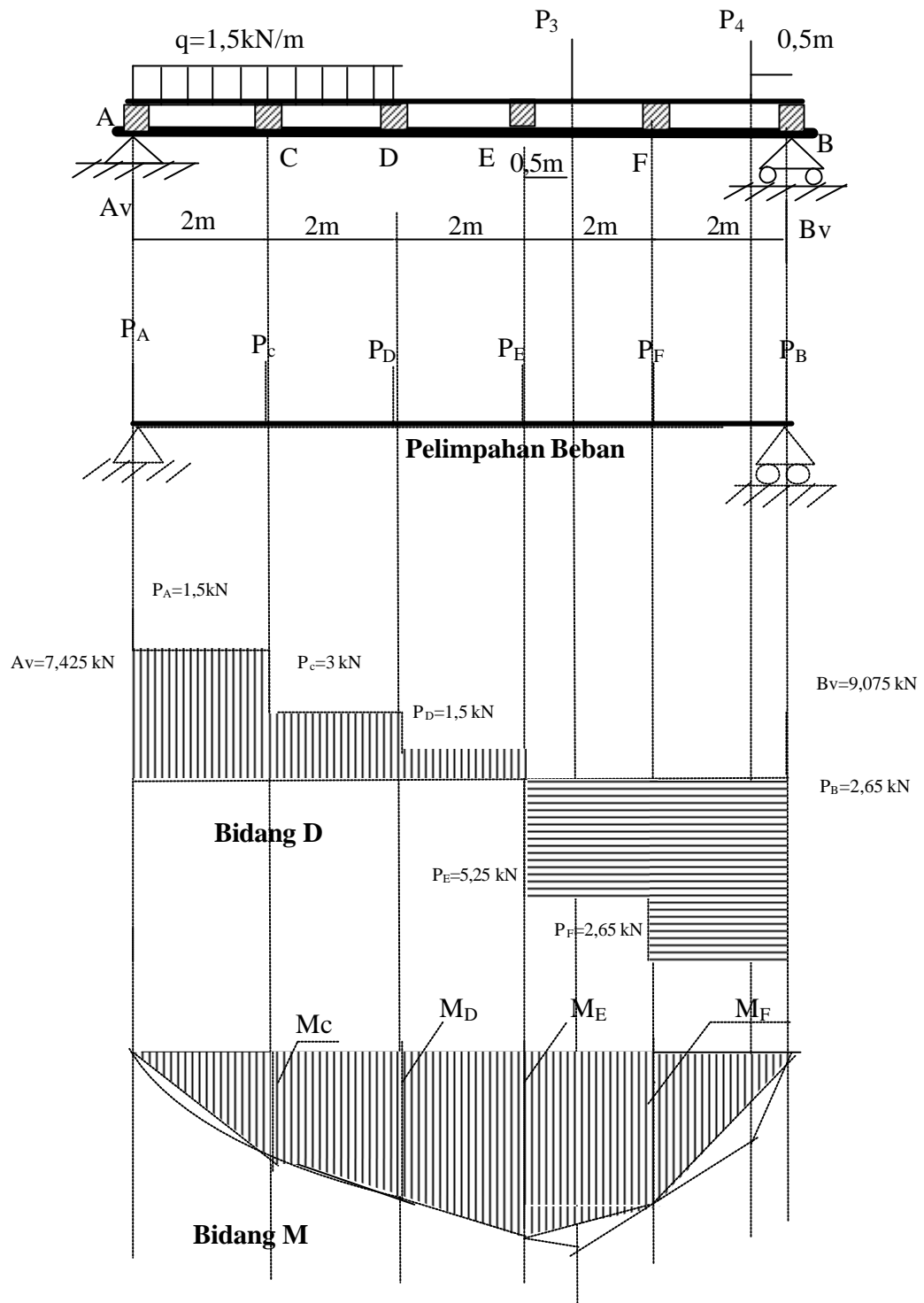
$$M_D = A_v \cdot 4 - q \cdot 4 \cdot 2 = 7,425 \cdot 4 - 1,5 \cdot 4 \cdot 2$$

$$M_D = 29,77 - 12 = 17,7 \text{ kNm}$$

$$M_G = B_v \cdot 3,5 - P_1 \cdot 3 = 9,075 \cdot 3,5 - 3,5 \cdot 3 = 21,2625 \text{ kNm}$$

$$M_H = B_v \cdot 0,5 = 9,075 \cdot 0,5 = 4,5375 \text{ kNm}$$

Setelah itu gambarlah bidang M-nya, kemudian penggallah garis momen itu diantara dua balok melintang. Bidang momen yang dicari adalah bidang momen yang telah dipenggal tersebut ( lihat gambar 37 ).



Gambar 37

### Cara 2, melimpahkan dulu beban kepada balok melintang.

Balok melintang A menerima pelimpahan beban sebesar :

$$P_A = \frac{1}{2} \cdot q \cdot l = \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 2 = 1,5 \text{ kN}$$

Balok melintang B menerima pelimpahan beban sebesar :

$$P_C = \frac{1}{2} \cdot q \cdot l + \frac{1}{2} \cdot q \cdot l = 1,5 + 1,5 = 3 \text{ kN}$$

$$M_E = (7,425 - 1,5) \cdot 3 \cdot 2 - 3 \cdot 2 \cdot 2 - 1,5 \cdot 2$$

$$M_E = 35,55 - 12 - 3 = 20,55 \text{ kNm}$$

$$M_F = (B_v - P_B) \cdot l = (9,075 - 2,625) \cdot 2 = 12,9 \text{ kNm}$$

Dengan Besaran – besaran yang dihitung pada cara 2 ini dapat digambar bidang D dan bidang momennya ( gambar 37 )

### 2. Konstruksi Balok Yang Miring

Yang akan dibicarakan dalam buku ini adalah konstruksi balok miring yang ditumpu oleh dua titik tumpu sendi dan rol ( statis tertentu ). Konstruksi balok miring dapat terjadi misalnya pada balok tangga. Untuk lebih jelasnya gaya melintang dan momen yang terjadi berikut ini akan diberikan contoh perhitungan. Konstruksi balok miring dengan beban merata dan terpusat. Beban mereka dapat dinyatakan dalam meter panjang mendatar. Arahnya pun dapat tegak lurus baloknya dan dapat juga vertikal ( tegak lurus garis horisontal ). Dalam contoh ini akan diberikan contoh beban tiap satuan panjang mendatar dan bebannya vertikal.

Penyelesaian :

Reaksi,

$$?M_B=0 \quad ? \quad A_v \cdot 8 - q \cdot 6 \cdot 5 - P \cdot 1 = 0$$

$$A_v \frac{1,5 \cdot 6 \cdot 5}{8} + \frac{45}{8} = \frac{47}{8}$$

$$A_v = 5,9 \text{ kN (ke atas)}$$

$$?G_v=0? \quad A_v - q \cdot 6 - P + B_v = 0$$

$$B_v = q \cdot 6 + P - A_v = 1,5 \cdot 6 + 2 - 5,9$$

$$B_v = 11 - 5,9 = 5,1 \text{ kN (ke atas)}$$

### Gaya Melintang dan Gaya Normal

Pada titik A,

$$D_A = A_v \cdot \cos 30^\circ = 5,9 \cdot \cos 30^\circ = 5,11 \text{ kN}$$

$$N_A = -A_v \cdot \sin 30^\circ = -5,9 \cdot \sin 30^\circ = -2,95 \text{ kN}$$

Pada titik C,

$$D_C = -C_v \cdot \cos 30^\circ = -3,1 \cdot \cos 30^\circ = -2,68 \text{ kN}$$

$$N_C = C_v \cdot \sin 30^\circ = 3,1 \cdot \sin 30^\circ = 1,55 \text{ kN}$$

Pada titik D

$$D_{D \text{ kanan}} = -D_v \cdot \cos 30^\circ = -5,1 \cdot \cos 30^\circ = -4,42 \text{ kN}$$

$$N_{D \text{ kanan}} = D_v \cdot \sin 30^\circ = 5,1 \cdot \sin 30^\circ = 2,55 \text{ kN}$$

Pada titik B

$$D_B = -D_{D \text{ kanan}} = 4,42 \text{ kN}$$

$$N_B = N_{D \text{ kanan}} = 2,55 \text{ kN}$$

**Momen,**

$$M_A = 0, \quad M_B = 0$$

$$M_C = B_v \cdot 2 - P \cdot 1 = 5,1 \cdot 2 - 2 \cdot 1 = 10,2 - 2 = 8,2 \text{ kNm}$$

$$M_D = B_v \cdot 1 = 5,1 \cdot 1 = 5,1 \text{ kNm}$$

$M_{\text{ekstrem}}$  terjadi pada  $Dx = 0$

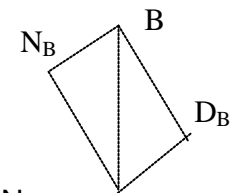
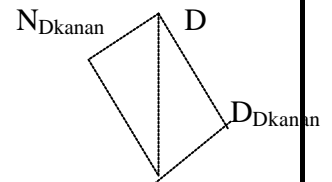
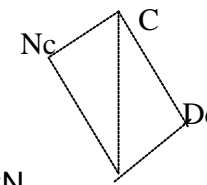
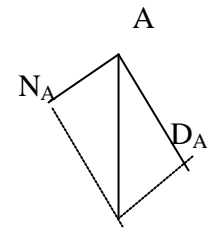
$$Dx = A_v - q \cdot x$$

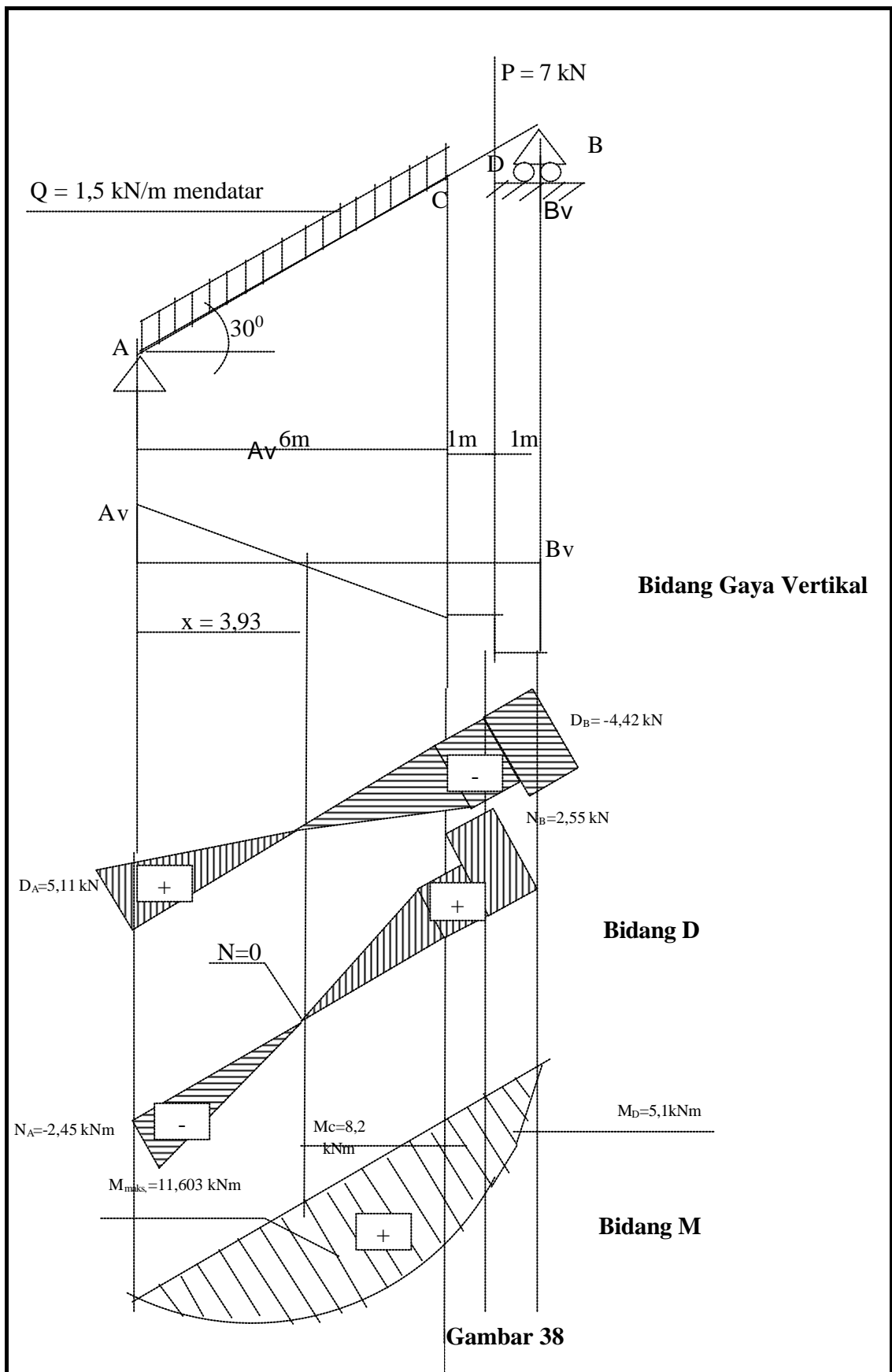
$$0 = A_v - q \cdot x \quad \text{---} \quad x = A_v/q = 5,9/1,5 = 3,93 \text{ m ( dari A )}$$

$$M_{\text{maks.}} = A_v \cdot 3,93 - q \cdot 3,93 \left( \frac{1}{2} \cdot 3,93 \right)$$

$$M_{\text{maks.}} = 5,9 \cdot 3,93 - 1,5 \cdot 3,93 \left( \frac{1}{2} \cdot 3,93 \right)$$

$$M_{\text{maks.}} = 23,187 - 11,584 = 11,603 \text{ kNm}$$



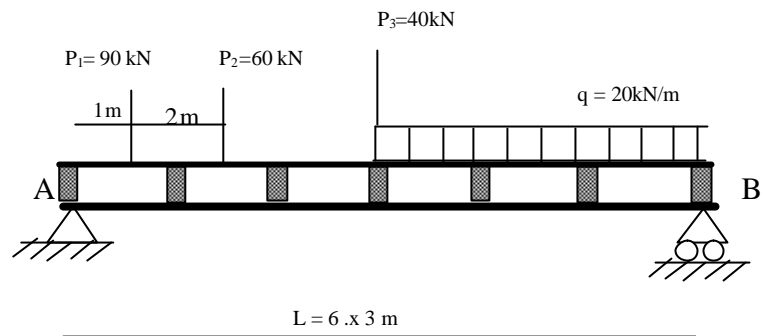


Gambar 38



## II Lembar Latihan

1. Hitung kemudian gambar bidang D dan M pada konstruksi balok yang dibebani tidak langsung seperti gambar 39 di bawah ini (satuan dalam meter). Nilai hasil perhitungan benar 70, nilai gambar benar 30.



Gambar 39

## Kegiatan Belajar 4

### BALOK GERBER

#### I Lembar Informasi

##### A. Tujuan Program

Setelah selesai kegiatan belajar 4 diharapkan siswa dapat:

1. Menghitung dan kemudian menggambar bidang D dan M pada balok Gerber.
2. Menentukan jarak sendi tambahan dengan tumpuan terdekat agar diperoleh harga momen maksimum dan minimum sama.

##### B. Waktu

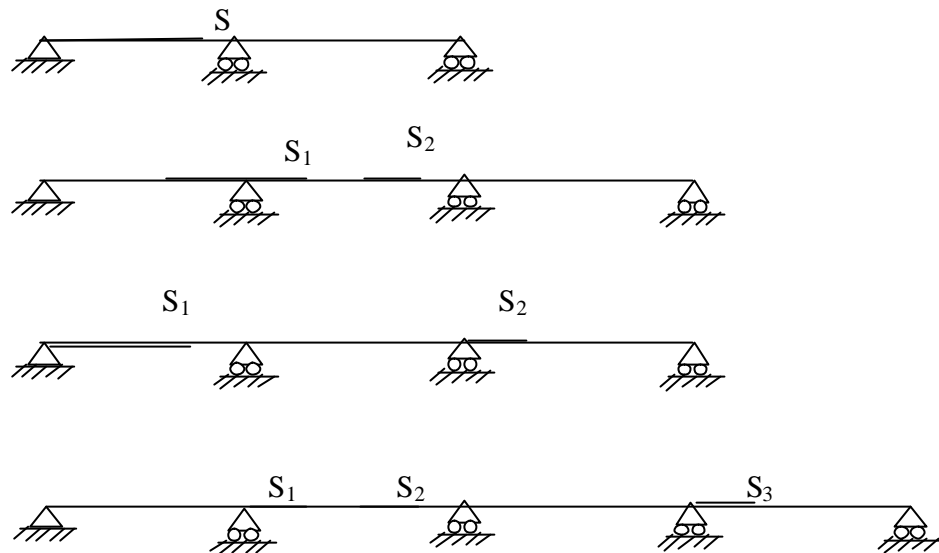
9 jam (3 jam kegiatan belajar, 6 jam latihan)

##### C. Materi Belajar

###### 1. Pendahuluan

Konstruksi Balok yang ditumpu oleh lebih dari dua tumpuan merupakan konstruksi statis tak tertentu. Pada konstruksi statis tak tertentu, besarnya reaksi tidak cukup dihitung dengan persamaan keseimbangan, tetapi memerlukan persamaan lain untuk menghitung reaksi tersebut. Dengan kata lain perhitungan menjadi lebih kompleks. Untuk menghindari kompleksnya perhitungan, seorang ahli konstruksi berkebangsaan Jerman yang bernama Heinrich Gerber (1832-1912) pada tahun 1886 membuat konstruksi balok yang ditumpu oleh lebih dari dua tumpuan yang statis tertentu. Usaha Gerber tersebut adalah dengan cara menempatkan engsel (sendi) tambahan diantara tumpuan sedemikian sehingga konstruksi stabil dan statis tertentu. Banyaknya sendi tambahan yang memungkinkan konstruksi menjadi statis tertentu adalah sama dengan banyaknya **“tumpuan dalam”** atau sama dengan **“banyaknya tumpuan dikurangi dua”**. Sendi tambahan tidak boleh diletakkan didekat tumpuan tepi, karena tumpuan tepi yang merupakan sendi atau rol tidak dapat menahan momen, bila

didekatnya dipasang sendi maka pada bagian tepi akan timbul momen. Untuk lebih jelasnya berikut ini diberikan contoh penempatan sendi tambahan pada konstruksi Balok Gerber ( gambar 42 ).



**Gambar 42**

## 2. Balok Gerber dengan Beban Terpusat

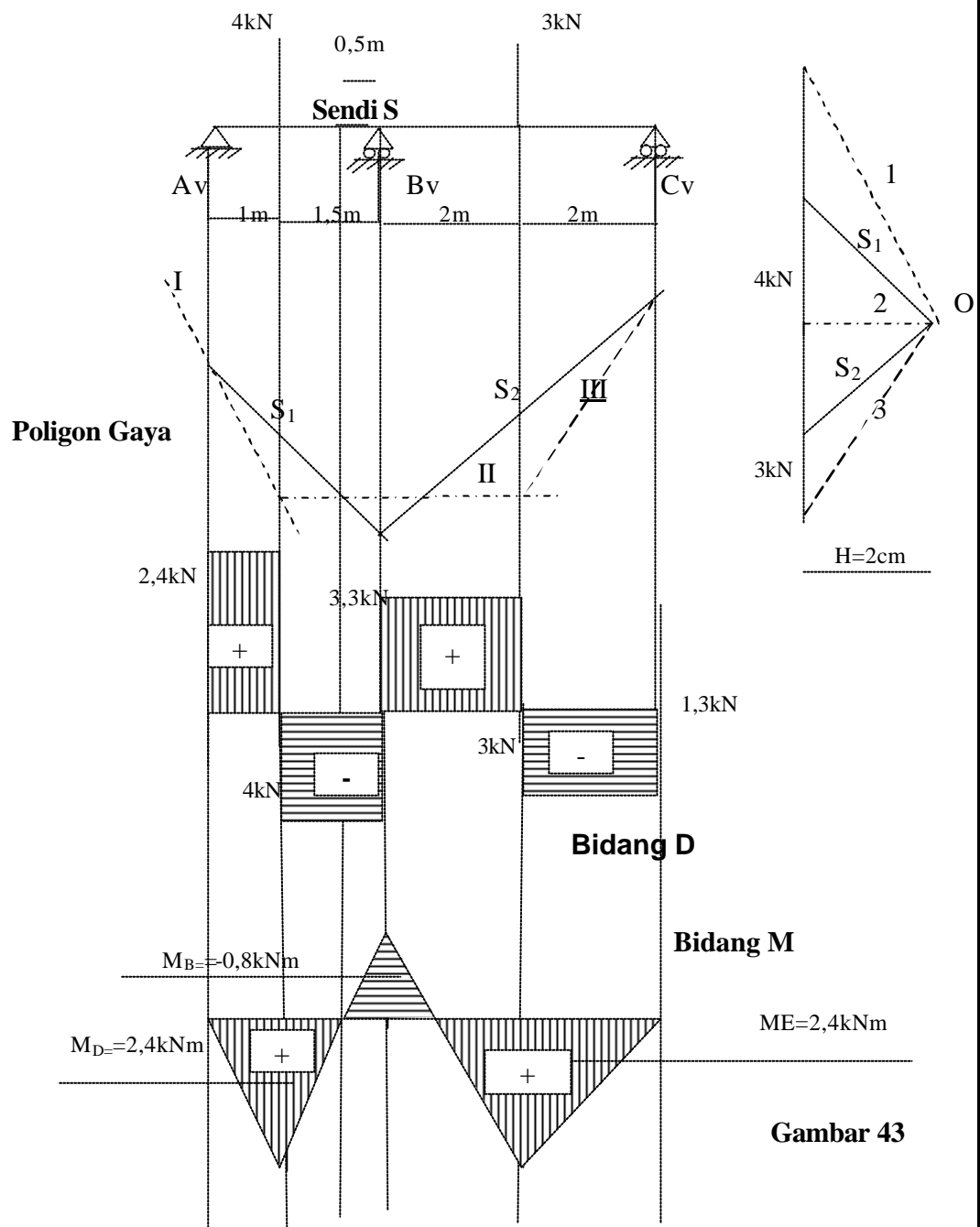
Dalam uraian ini sekaligus sebagai contoh perhitungan. Balok Gerber dengan beban terpusat seperti gambar 43 akan dihitung dan digambar bidang D dan M.

### **Cara Grafis,**

Langkah – langkah lukisan :

1. Gambar situasi dengan skala tertentu, misal skala jarak 1 cm = 1 m, skala gaya 1 cm = 1 kN.
2. Perpanjang garis kerja  $A_v$ ,  $P_1$ ,  $B_v$ ,  $P_2$ ,  $C_v$ , dan  $R_s$ .
3. Lukis gaya  $P_1$  dan  $P_2$  dengan skala diatas, dan tentukan titik kutub O dengan jarak H, misal  $H = 2$  cm
4. Gambar situasi dengan skala tertentu, misal skala jarak 1 cm = 1 m, skala gaya 1 cm = 1 kN.

5. Perpanjang garis kerja  $A_v$ ,  $P_1$ ,  $B_v$ ,  $P_2$ ,  $C_v$ , dan  $R_S$ .
6. Lukis gaya  $P_1$  dan  $P_2$  dengan skala diatas, dan tentukan titik kutub  $O$  dengan jarak  $H$ , misal  $H = 2$  cm.
7. Lukis garis 1, 2, dan 3 pada lukisan kutub.
8. Lukis garis I, II, dan III pada perpanjangan garis kerja diatas, dimana masing – masing sejajar dengan garis 1, 2, dan 3.
9. Hubungkan titik potong garis I -  $A_v$  dengan titik potong garis II –  $R_S$  sampai memotong garis kerja  $B_v$  garis ini adalah garis  $S_I$ .
10. Hubungkan titik potong garis  $S_I$  –  $B_v$  dengan titik potong garis III –  $C_v$ , garis ini adalah garis  $S_{II}$ .
11. Tarik garis  $S_1$  dan  $S_2$  yang melalui kutub  $O$ , yang masing – masing sejajar dengan garis  $S_I$  dan  $S_{II}$ .



**Gambar 43**

Besarnya  $A_v$ ,  $B_v$ , dan  $C_v$  dapat di ukur pada lukisan. Dalam soal ini diperoleh :  $A_v=1,2 \cdot 2 = 2,4 \text{ kN}$ ,  $B_v=1,65 \cdot 2 = 3,3 \text{ kN}$  dan  $C_v=0,65 \cdot 2 = 1,3 \text{ kN}$ . Sedang besarnya momen adalah :  $H \times Y \times$  skala jarak  $\times$  skala gaya. Dalam soal ini diperoleh :

$$M_D = H \cdot y_d \cdot 1 \cdot 2$$

$$M_D = 2 \cdot 0,6 \cdot 1 \cdot 2 = 2,4 \text{ kNm}$$

$$M_B = 2 \cdot (-0,2) \cdot 1 \cdot 2 = -0,8 \text{ kNm}$$

$$M_E = 2 \cdot 0,65 \cdot 1 \cdot 2 = 2,6 \text{ kNm}$$

**Cara analitis,**

**Reaksi, bagian ADS**

$$SM_S = 0 \quad ? \quad A_V \cdot 2,5 - P_1 \cdot 1,5 = 0$$

$$A_V = \frac{4 \cdot 1,5}{2,5} = 2,4 \text{ kN}$$

$$SM_A = 0 \quad ? \quad -R_S \cdot 2,5 + P_1 \cdot 1 = 0$$

$$R_S = \frac{4 \cdot 1}{2,5} = 1,6 \text{ kN}$$

**Bagian SBEC**

$$SM_B = 0 \quad ? \quad -C_V \cdot 4 + P_2 \cdot 2 - R_S \cdot 0,5 = 0$$

$$C_V = \frac{3 \cdot 2 + 1,6 \cdot 0,5}{4} = 1,3 \text{ kN}$$

$$SM_B = 0 \quad ? \quad B_V \cdot 4 - R_S \cdot 4,5 - P_2 \cdot 2 = 0$$

$$B_V = \frac{1,6 \cdot 4,5 + 3 \cdot 2}{4} = 3,3 \text{ kN}$$

**Momen,**

$$M_D = A_V \cdot 1 = 2,4 \cdot 1 = 2,4 \text{ kNm} \quad ; M_E = C_V \cdot 2 = 1,3 \cdot 2 = 2,6 \text{ kNm}$$

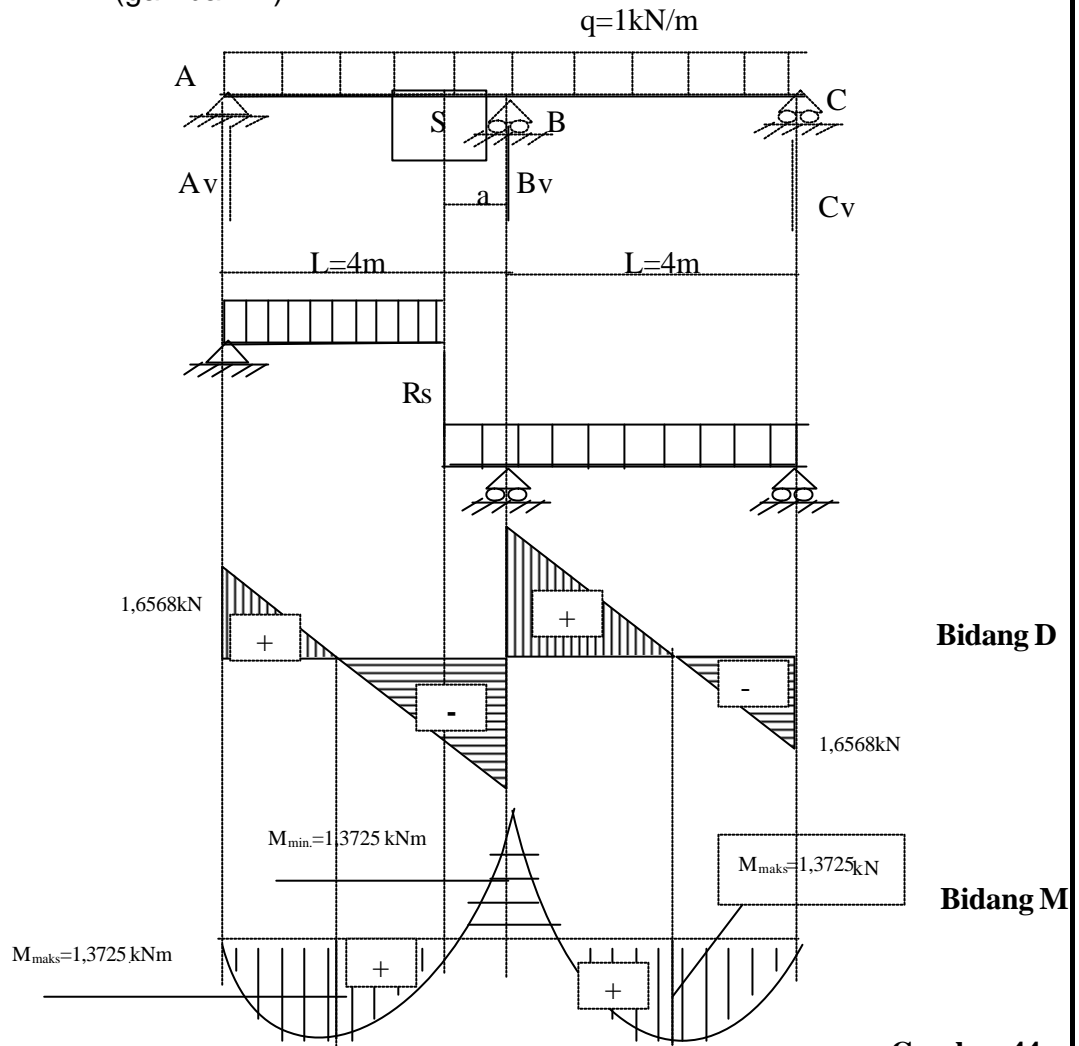
$$M_B = -R_S \cdot 0,5 = -1,6 \cdot 0,5 = -0,8 \text{ kNm}$$

3. Mengatur Jarak Sendi Tambahan dan Bentang agar  $M_{\text{maks}} = M_{\text{min}}$

Ukuran balok adalah tergantung pada besarnya momen. Bila momen positif dibuat sama dengan momen negatif, maka besarnya momen ekstrem menjadi lebih kecil bila dibanding dengan momen negatifnya. Untuk membuat besarnya momen positif sama dengan momen negatif dapat dilakukan dengan mengatur jarak sendi tambahan dan bentang balok.

Contoh : Suatu konstruksi balok Gerber dengan beban merata ditumpu pada tiga titik tumpu, dengan sebuah engsel tambahan S. Diminta menentukan jarak S dengan tumpuan terdekat agar

diperoleh besarnya momen positif sama dengan momen negatif.  
(gambar 44)



**Penyelesaian secara analitis,**

**Reaksi,**

**Bagian AS,**

$$R_s = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) ; \quad A_v = R_s = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a)$$

**Bagian SBC**

$$SM_B = 0 \quad ? \quad -C_v \cdot L + q \cdot \left\{ L + a \right\} \left\{ \frac{1}{2} (L + a) - a \right\} - R_s \cdot a = 0$$

$$C_v = \frac{q \cdot (L - a) \left( \frac{1}{2} \cdot L + \frac{1}{2} \cdot a \right) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) \cdot a}{L}$$

$$C_v = \frac{q \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot L^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot L + \frac{1}{2} \cdot a \cdot L + \frac{1}{2} \cdot a^2 \right) + q \cdot \left( \frac{1}{2} \cdot a \cdot L + \frac{1}{2} \cdot a^2 \right)}{L}$$

$$C_v = \frac{q}{L} \left( \frac{1}{2} \cdot L^2 + \frac{1}{2} \cdot a^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot L + \frac{1}{2} \cdot a^2 \right)$$

$$C_v = \frac{q}{L} \left( \frac{1}{2} \cdot L^2 + \frac{1}{2} \cdot a \cdot L \right) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a)$$

$$SG_v = 0 \quad ? \quad B_v + C_v - R_s - q \cdot (L + a) = 0$$

$$B_v = -\frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) + q \cdot (L - a)$$

$$B_v = q \cdot (L - a)$$

**Momen,**

**Bagian AS,**

$$M_{maks} = -\frac{1}{8} - q \cdot (L - a)^2$$

Bagian SBC,

$$M_{min} = R_s \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) \cdot a + \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2$$

$$M_{min} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot a - \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 + \frac{1}{2} \cdot q \cdot a^2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot a$$

Pada lapangan BC,  $M_{maks}$  terjadi pada  $D=0$ . Misal  $D=0$  terjadi pada jarak  $x$  m dari C, maka :

$$M_{maks} = C_v \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{1}{2} \cdot x$$

$$D_x = C_v - q \cdot x \quad ? \quad 0 = C_v - q \cdot x$$

$$x = \frac{C_v}{q} = \frac{\frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) + \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a)}{q}$$

$$M_{maks} = \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) \cdot \frac{1}{2} \cdot q \cdot (L - a) - \frac{1}{2} \cdot q \cdot \left\{ \frac{1}{2} \cdot (L - a) \right\}^2$$

$$= \frac{1}{4} \cdot q \cdot (L - a)^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} \cdot q \cdot (L - a)^2$$

$$= \frac{1}{8} - q \cdot (L - a)^2$$

Disyaratkan bahwa momen positif sama dengan momen negatif, maka diperoleh persamaan :

$$\frac{1}{8} - q \cdot (L - a)^2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot a$$

$$\frac{1}{8} - q \cdot (L - a)^2 - \frac{1}{4} \cdot q \cdot a + \frac{1}{8} - a^2 = \frac{1}{2} \cdot q \cdot L \cdot a \quad ? \quad \text{dikalikan } \frac{8}{q}$$

$$L^2 - 2 \cdot L \cdot a + a^2 = 4 \cdot L \cdot a$$



$$a^2 - 6.L.a + L^2 = 0$$

$$a_{1,2} = \frac{6.L \pm \sqrt{(6.L)^2 - 4.L^2}}{2} = \frac{6.L \pm \sqrt{32.L^2}}{2}$$

$$a_{1,2} = \frac{6.L \pm 5,6568.L}{2}$$

$$a_1 = \frac{6.L - 5,6568.L}{2} = 0,1716L$$

$$a_2 = \frac{6.L + 5,6568.L}{2} = 5,8284L$$

Jadi jarak engsel tambahan S dengan tumpuan terdekat ( B ) adalah 0,1716 L. Untuk soal diatas diperoleh harga a = 0,1716 . 4 = 0,6864 m. Sedang besaran – besaran yang lain dalah :

**Reaksi,**

$$A_v = R_s = \frac{1}{2}.q.(L - a) = \frac{1}{2}.1.(4 - 0,6864) = 1,6568 \text{ ton}$$

$$B_v = q.(L + a) = 1.(4 + 0,6864) = 4,6864 \text{ ton}$$

$$C_v = \frac{1}{2}.q.(L - a) = \frac{1}{2}.1.(4 - 0,6864) = 1,6568 \text{ ton}$$

Momen,

Pada lapangan AS,

$$M_{maks} = \frac{1}{8}.q.(L - a)^2 = \frac{1}{8}.1.(4 - 0,6864)^2 = 1,3725 \text{ tm}$$

Pada lapangan BC,

$$M_{maks} = M_{maks} \text{ lapangan AS} = 1,3725 \text{ tm}$$

$$M_{min} = -R_s . a - \frac{1}{2}.q.a^2$$

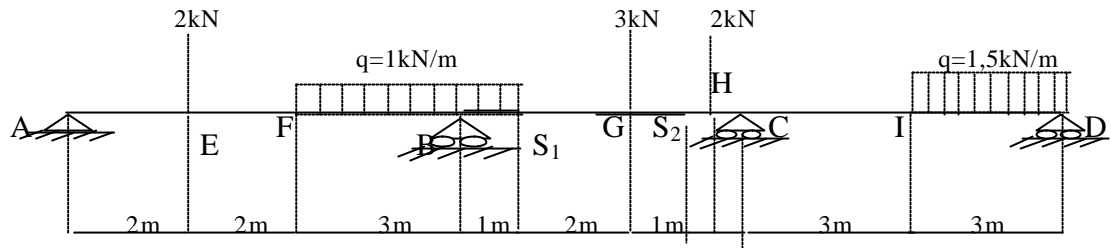
$$= -1,6568 (0,6864) - \frac{1}{2}.1.(0,6864)^2$$

$$M_{min} = -1,3725 \text{ tm} (= M_B)$$

Jadi dari hitungan diatas terbukti bahwa momen positif maksimum = momen negatif minimum, baik momen positif pada lapangan AS maupun momen positif pada lapangan BC. Hal ini dapat terjadi karena konstruksinya simetri ( hanya dua lapangan ). Bila bentangannya lebih dari dua, maka momen maksimum pada lapangan tepi belum tentu sama dengan momen positif pada lapangan tengah. Oleh karena itu perlu mengatur juga bentangan bagian tepi agar diperoleh harga momen positif maksimum pada lapangan manapun = momen negatif minimum.

### III. Lembar Latihan (Waktu 2 jam)

1. Hitunglah kemudian gambar bidang D dan M dari konstruksi balok Gerber empat tumpuan dengan beban seperti pada gambar 45. Nilai hasil perhitungan benar 70, nilai gambar benar 30.

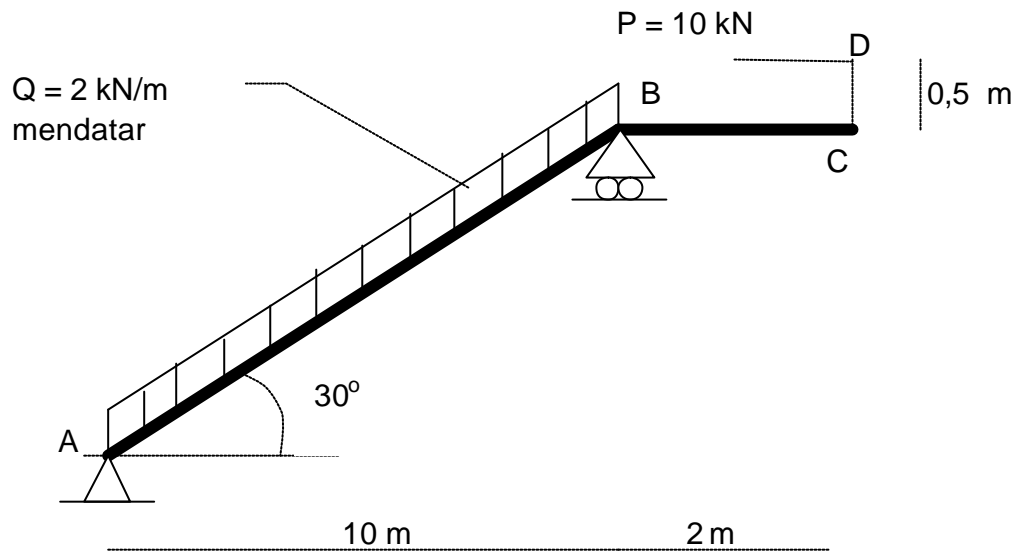


Gambar 45

## LEMBAR EVALUASI

Waktu : 2 jam

Hitung kemudian gambar bidang N, D, dan M, pada konstruksi miring yang dibebani seperti gambar 46 di bawah ini. Nilai hasil perhitungan 70 dan nilai gambar benar 30.



Gambar 46

## KUNCI JAWABAN

### A. Kegiatan Belajar 1

1.  $A_v = 6,5 \text{ kN}$ ;  $B_v = 6,75 \text{ kN}$ ;  $M_C = 9,375 \text{ kNm}$ ;  $M_D = 10,125 \text{ kNm}$
2.  $A_v = 30 \text{ kN}$ ;  $B_v = 40 \text{ kN}$ ;  $M_C = 45 \text{ kNm}$ ;  $M_D = 52,5 \text{ kNm}$ ;  $M_{\max} = 53,2 \text{ kNm}$
3.  $A_v = 9,6 \text{ kN}$ ;  $14,4 \text{ kN}$ ;  $M_C = 38,4 \text{ kNm}$ ;  $M_D = 28,8 \text{ kNm}$ ;  $M_{\max} = 46,08 \text{ kNm}$

### B. Kegiatan Belajar 2

1.  $A_v = 4 \text{ kN}$ ;  $M_A = -12 \text{ kNm}$ ;  $M_C = -4 \text{ kNm}$
2.  $A_v = B_v = 10 \text{ kN}$ ;  $M_A = -20 \text{ kNm}$ ;  $M_B = -20 \text{ kNm}$
3.  $A_v = -1,25 \text{ kN}$ ;  $B_v = 10,25 \text{ kN}$ ;  $M_B = -9 \text{ kNm}$ ;  $M_A = 4 \text{ kNm}$

### C. Kegiatan Belajar 3

1.  $A_v = 188,33 \text{ kN}$ ;  $B_v = 181,67 \text{ kN}$ ;  $M_C = 474,99 \text{ kNm}$ ;  $M_D = 709,98 \text{ kNm}$ ;  $M_E = 824,97 \text{ kNm}$ ;  $M_F = 729,96 \text{ kNm}$ ;  $M_G = 365,01 \text{ kNm}$

### D. Kegiatan Belajar 4

1.  $A_v = 1,86 \text{ kN}$ ;  $B_v = 5,84 \text{ kN}$ ;  $C_v = 5,625 \text{ kN}$ ;  $D_v = 2,875 \text{ kN}$ ;  $M_E = 3,75 \text{ kNm}$ ;  $M_F = 3,44 \text{ kNm}$ ;  $M_B = -1,5 \text{ kNm}$ ;  $M_G = 2 \text{ kNm}$ ;  $M_H = -1 \text{ kNm}$ ;  $M_C = -3 \text{ kNm}$ ;  $M_I = 1,875 \text{ kNm}$ ;  $M_{\max} = 2,755 \text{ kNm}$

E. Lembar Kunci Jawaban

1.  $A_v = 3,7 \text{ kN}$ ;  $B_v = 16,3 \text{ kN}$ ;  $A_h = 10 \text{ kN}$ ;  $M_B = -5 \text{ kNm}$ ;  $M_C = -5 \text{ kNm}$ ;  $M_{\max} = 22,5625 \text{ kNm}$ ;  $D_A = 8,2 \text{ kN}$ ;  $N_A = 6,81 \text{ kN}$ ;  $D_B = -9,1 \text{ kN}$ ;  $N_B = 16,81 \text{ kN}$ .

## DAFTAR PUSTAKA

- Arief Darmail dan Ichwan, 1979, *Ilmu Gaya Sipil I*, Jakarta : Direktorat PMK, Depdikbud.
- \_\_\_\_\_, 1979, *Ilmu Gaya Sipil 2*, Jakarta : Direktorat PMK, Depdikbud.
- Bustam Husin, 1989, *Mekanika Teknik Statis Tertentu*, Jakarta : Asona.
- Departemen Pekerjaan Umum, Ditjen Cipta Karya, Direktorat Penyelidikan Masalah Bangunan, 1983, *Peraturan Pembebanan Indonesia untuk Gedung*, Bandung : Yayasan Lembaga Masalah Bangunan.
- Frick, Heinz, 1979, *Mekanika Teknik, Statika dan Kegunaannya 1*, Yogyakarta : Kanisius.
- \_\_\_\_\_, 1979, *Mekanika Teknik, Statika dan Kegunaannya 2*, Yogyakarta : Kanisius.
- Gere dan Timoshenko (terjemahan Hans J. Wospakrik), 1987, *Mekanika Bahan*, Jakarta : Erlangga.
- Hofsteede J.G.C., Kramer P.J., dan Baslim Abas, 1982, *Ilmu Mekanika Teknik A*, Jakarta : PT. Pradnya Paramita.
- \_\_\_\_\_, 1982, *Ilmu Mekanika Teknik C*, Jakarta : PT. Pradnya Paramita.
- Nurlu'din A., 1964, *Dasar-dasar Grafostatika*, Jakarta : H. Stam
- Soetojo Tjolrodihardjo, 1998, *Analisa Struktur*, Yogyakarta : Biro Penerbit.
- Trefor, J.R., Lewis E.K., David, W.L., 1977, *Introduction to Structural Mechanics*, Great Britain : Hodder and Stroughton Educational.

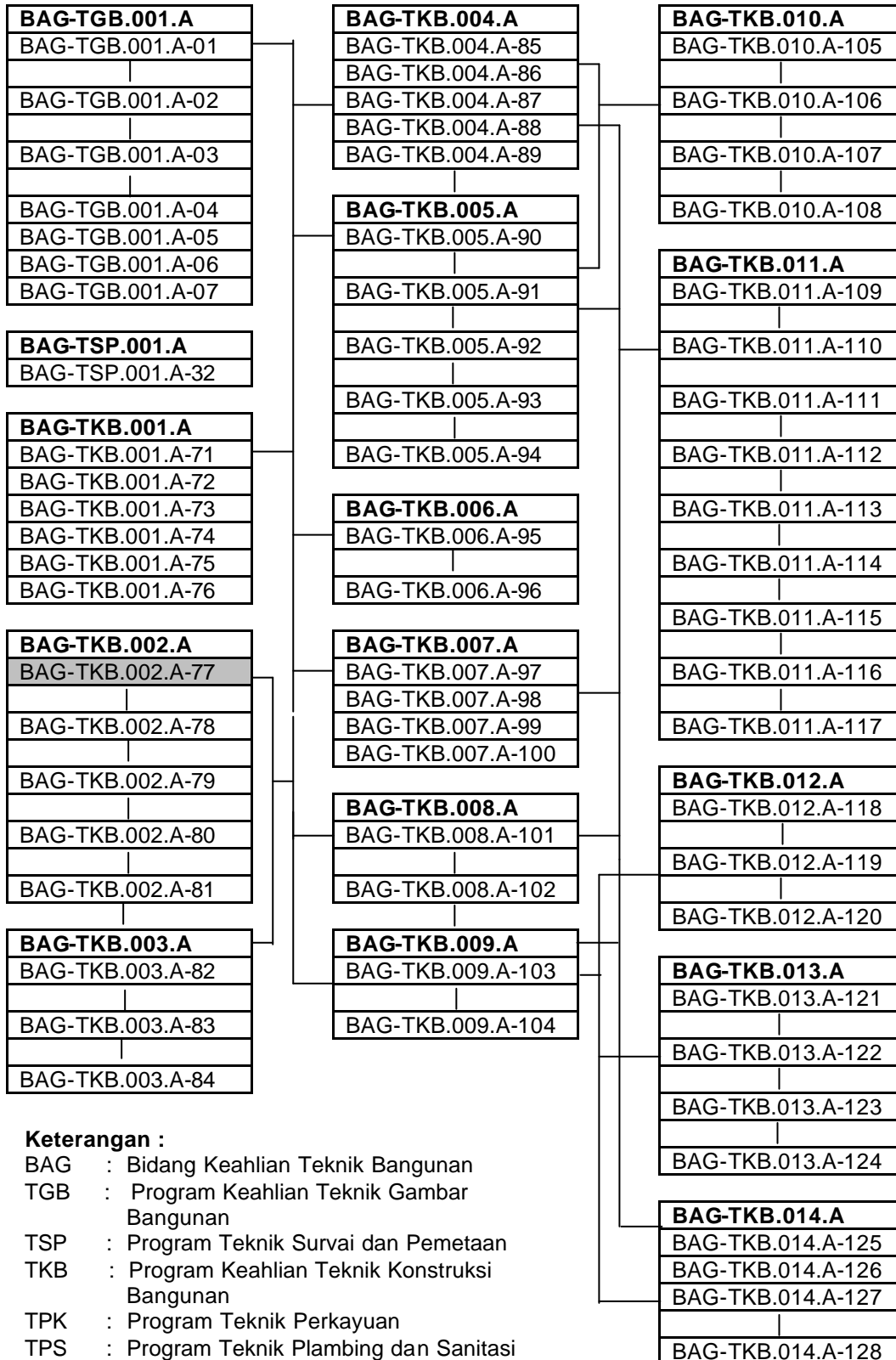
## PETA MODUL BIDANG KEAHLIAN TEKNIK BANGUNAN

### Program Keahlian : Teknik Konstruksi Bangunan

Tingkat I

Tingkat II

Tingkat III



**Keterangan :**

- BAG : Bidang Keahlian Teknik Bangunan
- TGB : Program Keahlian Teknik Gambar Bangunan
- TSP : Program Teknik Survei dan Pemetaan
- TKB : Program Keahlian Teknik Konstruksi Bangunan
- TPK : Program Teknik Per kayu an
- TPS : Program Teknik Plambing dan Sanitasi
- : Modul yang dibuat