



# **KURIKULUM SEKOLAH MENENGAH KEJURUAN**

**BIDANG KEAHLIAN:  
TEKNIK BANGUNAN**

**PROGRAM KEAHLIAN:  
TEKNIK BANGUNAN GEDUNG**

**KOMPETENSI:  
MENGHITUNG STATIKA BANGUNAN**

**MODUL / SUB-KOMPETENSI:  
MENETAPKAN PERHITUNGAN MOMEN STATIS,  
PENENTUAN TITIK BERTA PENAMPANG DAN MOMEN  
INERSIA**

**WAKTU (JAM):  
10 JAM**

**KODE MODUL:  
TBG-ADAPTIF-0704**

**DEPARTEMEN PENDIDIKAN NASIONAL  
2002**

## **KATA PENGANTAR**

Modul dengan judul kompetensi Menghitung Statika Bangunan dan dengan sub kompetensi Menerapkan Perhitungan Momen Statis, Penentuan Titik Berat Penampang dan Momen Inersia merupakan bahan ajar yang digunakan sebagai panduan praktikum peserta diklat Sekolah Menengah Kejuruan bidang keahlian teknik bangunan.

Dalam modul ini mengetengahkan pengertian dan perhitungan momen statis secara grafis serta analitis, penentuan titik berat penampang dan momen inersia. Modul ini terkait dengan modul lain yang membahas tentang menyusun dan menguraikan gaya serta menghitung resultan dan momen gaya, menerapkan perhitungan aksi dan reaksi gaya pada tumpuan statika.

Dengan modul ini diharapkan peserta diklat dapat melaksanakan praktik/latihan tanpa harus banyak dibantu oleh instruktur.

## DESKRIPSI

Modul ini terdiri dari tiga kegiatan belajar yang mencakup : 1. Menerapkan Perhitungan Momen Statis. 2. Penentuan Titik Berat Penampang. 3. Momen Inersia/momen kelembaman.

Pada kegiatan belajar 1 membahas tentang perhitungan momen statis gaya-gaya terhadap suatu titik/garis baik dengan cara grafis maupun analitis. Kegiatan belajar 2 membahas tentang penentuan titik berat penampang bidang datar dengan cara grafis maupun analitis. Kegiatan belajar 3 membahas tentang momen inersia/momen kelembaman macam-macam bentuk penampang.


# PETA MODUL ADAPTIF

## BIDANG KEAHLIAN: TEKNIK BANGUNAN (TBG)

MATERI ADAPTIF
TBG-Adaptif-0101
TBG-Adaptif-0102
TBG-Adaptif-0103
TBG-Adaptif-0104
TBG-Adaptif-0105
TBG-Adaptif-0106
TBG-Adaptif-0107
TBG-Adaptif-0108
TBG-Adaptif-0109
TBG-Adaptif-0110
TBG-Adaptif-0111
TBG-Adaptif-0112
TBG-Adaptif-0113
TBG-Adaptif-0114
TBG-Adaptif-0115
TBG-Adaptif-0116
TBG-Adaptif-0117
TBG-Adaptif-0201
TBG-Adaptif-0202
TBG-Adaptif-0203
TBG-Adaptif-0204
TBG-Adaptif-0205
TBG-Adaptif-0206
TBG-Adaptif-0207
TBG-Adaptif-0208
TBG-Adaptif-0209
TBG-Adaptif-0210

MATERI ADAPTIF
TBG-Adaptif-0211
TBG-Adaptif-0212
TBG-Adaptif-0213
TBG-Adaptif-0214
TBG-Adaptif-0215
TBG-Adaptif-0216
TBG-Adaptif-0217
TBG-Adaptif-0218
TBG-Adaptif-0301
TBG-Adaptif-0302
TBG-Adaptif-0303
TBG-Adaptif-0304
TBG-Adaptif-0305
TBG-Adaptif-0306
TBG-Adaptif-0307
TBG-Adaptif-0308
TBG-Adaptif-0309
TBG-Adaptif-0310
TBG-Adaptif-0311
TBG-Adaptif-0312
TBG-Adaptif-0313
TBG-Adaptif-0314
TBG-Adaptif-0315
TBG-Adaptif-0401
TBG-Adaptif-0402
TBG-Adaptif-0403
TBG-Adaptif-0404
TBG-Adaptif-0405
TBG-Adaptif-0406
TBG-Adaptif-0407
TBG-Adaptif-0408
TBG-Adaptif-0501
TBG-Adaptif-0502
TBG-Adaptif-0503
TBG-Adaptif-0504
TBG-Adaptif-0505
TBG-Adaptif-0601
TBG-Adaptif-0602
TBG-Adaptif-0603

MATERI ADAPTIF
TBG-Adaptif-0604
TBG-Adaptif-0605
TBG-Adaptif-0701
TBG-Adaptif-0702
TBG-Adaptif-0703
TBG-Adaptif-0704
TBG-Adaptif-0705
TBG-Adaptif-0706
TBG-Adaptif-0707
TBG-Adaptif-0801
TBG-Adaptif-0802
TBG-Adaptif-0803
TBG-Adaptif-0804
TBG-Adaptif-0805
TBG-Adaptif-0901
TBG-Adaptif-0902
TBG-Adaptif-0903
TBG-Adaptif-0904
TBG-Adaptif-0905
TBG-Adaptif-0906
JUMLAH MODUL
86

 Modul yang dibahas

## **PRASYARAT**

Untuk melaksanakan modul dengan sub kompetensi Menerapkan Perhitungan Momen Statis, Penentuan Titik Berat Penampang dan Momen Inersia ini memerlukan kemampuan awal yang harus dimiliki peserta diklat yaitu :

1. Peserta diklat telah menguasai gambar teknik seperti menarik garis-garis sejajar.
2. Peserta diklat telah menguasai matematika seperti membuat persamaan aljabar, menghitung luas penampang dll.
3. Peserta diklat telah menguasai modul-modul sebelumnya.

## DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR	i
DESKRIPSI	ii
PETA MODUL	iii
PRASYARAT	iv
DAFTAR ISI	v
PERISTILAHAN ( <i>GLOSSARY</i> )	1
PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL	2
TUJUAN AKHIR MODUL	3
KEGIATAN BELAJAR	4
KEGIATAN BELAJAR 1	4
1. Tujuan	4
2. Pengetahuan Dasar	4
3. Lembar Latihan	11
• Soal-soal dan Tugas Siswa	11
• Petunjuk Penilaian	12
KEGIATAN BELAJAR 2	13
1. Tujuan	13
2. Pengetahuan	13
3. Lembar Latihan	18
• Soal-soal dan Tugas Siswa	18
• Petunjuk Penilaian	20
KEGIATAN BELAJAR 3	21
1. Tujuan	21
2. Pengetahuan	21
3. Lembar Latihan	31
• Soal-soal dan Tugas Siswa	31
• Petunjuk Penilaian	32
LEMBAR EVALUASI	32
LEMBAR KUNCI JAWABAN	35
DAFTAR PUSTAKA	37

## **PERISTILAHAN (*GLOSSARY*)**

Garis bagi adalah garis yang membagi resultan pada lukisan kutub dan segi banyak gaya menjadi dua komponen yaitu AV dan BV.

Momen kelembaman/momen inersia adalah : luas bidang kali jarak pangkat dua  
satu  $\text{cm}^4$

## **PETUNJUK PENGGUNAAN MODUL**

1. Pelajarilah kegiatan belajar dalam modul ini secara berurutan karena kegiatan bekerja disusun berdasarkan urutan yang perlu dilalui.
2. Usahakan kegiatan belajar dan latihan sesuai dengan waktu yang telah ditentukan.
3. Bertanyalah kepada guru/instruktur bila anda mengalami kesulitan dalam memahami materi belajar maupun kegiatan latihan.
4. Anda dapat menggunakan buku lain yang sejenis bila dalam modul ini kurang jelas.
5. Dalam mengerjakan secara grafis anda harus betul-betul menggambar dengan skala yang tepat baik skala gaya maupun skala panjang.
6. Skala gaya tidak harus sama dengan skala panjang.



## **TUJUAN AKHIR MODUL**

Setelah mengikuti kegiatan belajar dari latihan dalam modul ini diharapkan peserta diklat SMK memiliki kemampuan tentang menghitung momen statis terhadap suatu titik, menentukan titik berat penampang dan menghitung momen inersia macam-macam bentuk penampang.

Pengetahuan ini penting sekali dalam kaitannya untuk mendukung pada perhitungan lenturan ataupun pada perhitungan teknik.

# KEGIATAN BELAJAR

## KEGIATAN BELAJAR 1:

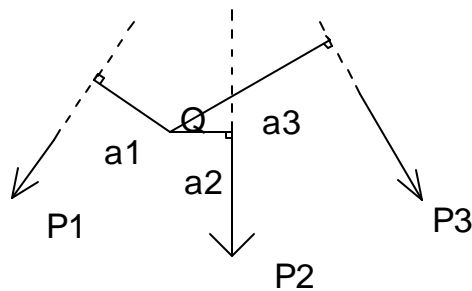
### Menerapkan Perhitungan Momen Statis

#### 1. TUJUAN

Siswa dapat menguasai pengertian momen statis dan menghitung momen statis terhadap titik atau garis.

#### 2. PENGETAHUAN DASAR

Momen statis adalah momen gaya terhadap sebuah titik atau terhadap garis. Diketahui tiga buah gaya  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  sebarang seperti pada gambar di bawah, kita dapat menentukan momen statis dari gaya-gaya  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  terhadap titik  $Q$  baik dengan cara analitis maupun cara grafis.



Cara analitis/hitungan :

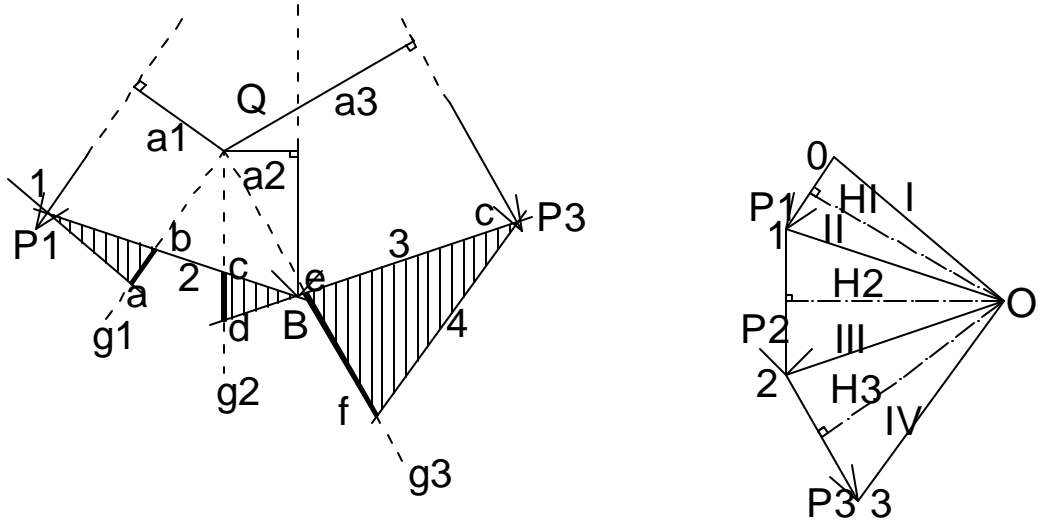
Momen statis gaya  $P_1$  terhadap titik  $Q$  adalah  $-P_1 \cdot a_1$

Momen statis gaya  $P_2$  terhadap titik  $Q$  adalah  $+P_2 \cdot a_2$ .

Momen statis gaya  $P_3$  terhadap titik  $Q$  adalah  $+P_3 \cdot a_3$ .

Cara grafis/lukisan :

Buatlah garis sejajar  $P_1$ , sejajar  $P_2$  dan sejajar  $P_3$  melalui titik  $Q$  yaitu  $q_1$ ,  $q_2$ ,  $q_3$ . Tentukan skala gaya dan buat lukisan segi banyak gaya  $P_1$ ,  $P_2$  dan  $P_3$  serta buat lukisan kuttub dengan titik kutub  $O$ .



Lukis garis 1 sejajar jari-jari kutub I hingga memotong garis kerja P1 di titik A kemudian perpanjang garis 1 hingga memotong g1 di titik a.

Dari titik A lukis garis 2 sejajar jari-jari kutub II hingga memotong garis kerja P2 di titik B, memotong garis 2 di titik b serta memotong garis g2 di c.

Dari titik B lukis garis 3 sejajar jari-jari kutub III hingga memotong garis kerja P3 di titik c, memotong garis g2 di titik d serta memotong garis p3 di titik e.

Dari titik e lukis garis 4 sejajar jari-jari kutub IV hingga memotong garis g3 di titik f. Lihat  $\Delta Aab \cong \Delta O01$ .

Sehingga :  $ab : P1 = a1:H1$  ( $H1 =$  garis tingi segitiga O01 dari titik O)

$$P1.a1=ab.H1$$

$$H1=-P1.a1.$$

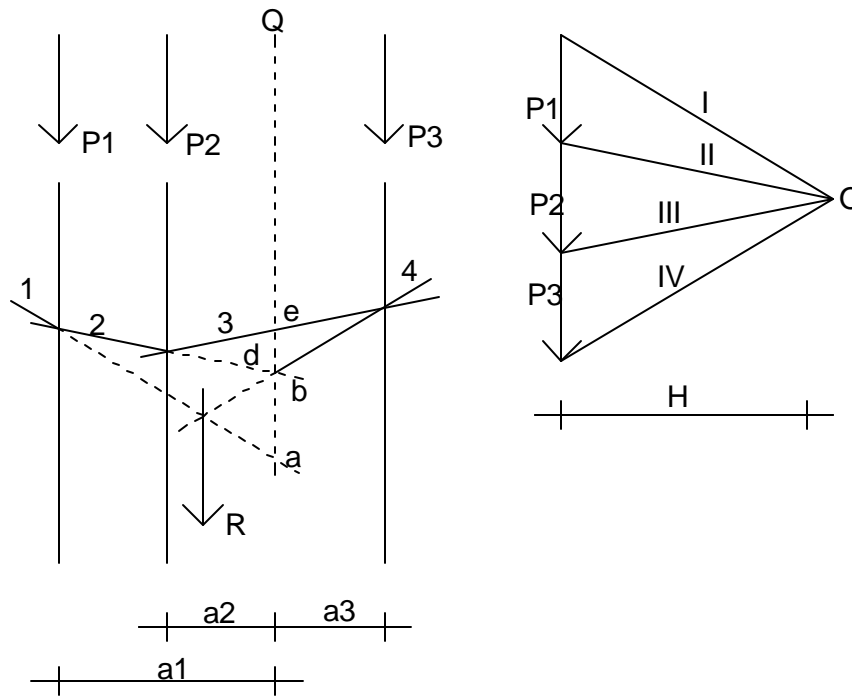
Dengan demikian  $H1 = -ab.H1$ .

Dengan mengukur panjang ab dikalikan dengan skala panjang dan mengukur H1 (=jarak kutub) dikalikan dengan skala gaya di dapat  $H1 = -ab.H1$ .

Dengan cara yang sama maka  $H2 = +P2.a2 = +cd.H2$

$$H3 = +P3.a3 = +ef.H3.$$

Apabila gaya P1, P2 dan P3 sejajar (seperti gambar) maka untuk menghitung momen gaya P1, P2, P3 terhadap titik Q adalah sebagai berikut :



Cara analisis/hitungan :

Momen statisnya P1 terhadap titik Q adalah  $-P1.a1$ .

Momen statis gaya P2 terhadap titik Q adalah  $-P2.a2$ .

Momen statis gaya P3 terhadap titik Q adalah  $+P3.a3$

Cara grafis/lukisan :

Karena gaya P1, P2 dan P3 sejajar maka langsung saja perpanjang garis kerja gaya P1, P2, P3 dan buat garis g melalui Q sejajar garis kerja gaya P1, P2, P3 tersebut. Tentukan skala jarak dan skala gaya untuk membuat lukisan segi banyak/poligon P1, P2, P3 serta untuk membuat lukisan kutub dengan titik kutub O untuk menentukan letak titik kutub O, ambil jarak H dengan bilangan yang bulat.

Dengan cara seperti uraian di depan maka akan di dapat :

$$H1 = -ob.H$$

$$H2 = -bc.H$$

$$H3 = +cd.H$$

Momen H1 dan H2 negatif sedangkan momen H3 positif Momen positif bila pembocoran pada garis b-ca dilakukan dari atas ke bawah, misalnya cd.

Momen negatif bila pembacaan pada garis baca dilakukan dari bawah ke atas, misalnya ab.bc.

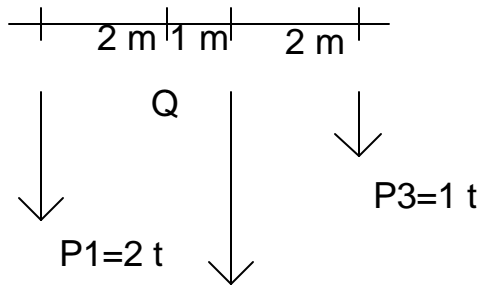
Perhatikan, tanda positif dan negatif ini berlaku bila kutub O terletak di sebelah kanan dari gaya-gaya P1, P2 dan P3 dalam gambar kutub.

Supaya pembacaan dari jarak (kutub H dipermudah, hendaknya H dilukis sedemikian, sehingga H misalnya sama dengan 5 ton atau 10 ton dan sebagainya (bilangan bulat).

Bila dibaca momen dari resultan R terhadap Q maka  $M_R = -ad.H$ .

Bila titik potong batang-batang awal dan akhir pada garis baca g yang melalui O, maka  $ad$  menjadi nol jadi  $M_R = 0$ . Disebut bahwa jumlah momen gaya-gaya terhadap Q ialah nol.

Contoh : diketahui tiga buah gaya  $P_1=2t$ ,  $P_2=3t$  dan  $P_3=1t$  dengan posisi seperti gambar.

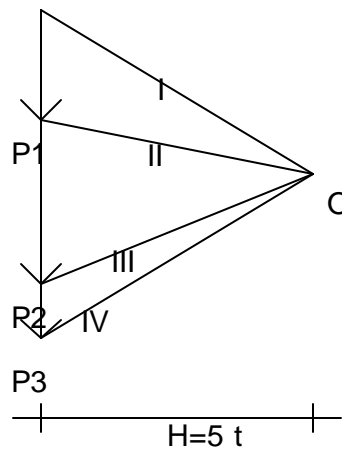
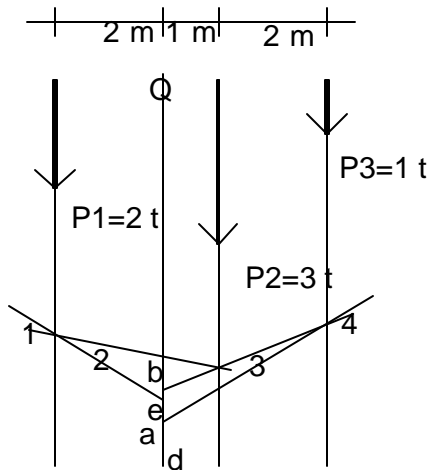


Tentukan momen-momen gaya terhadap titik Q.

**Penyelesaian :**

Skala gaya : 1 cm = 1 t

Skala jarak : 1 cm = 1 m



Momen gaya terhadap titik Q adalah :

$$M_1 = -ab.H = 0,8.5 = -4 \text{ tm}$$

$$M_2 = +bc.H = +0,6.5 = +3 \text{ tm}$$

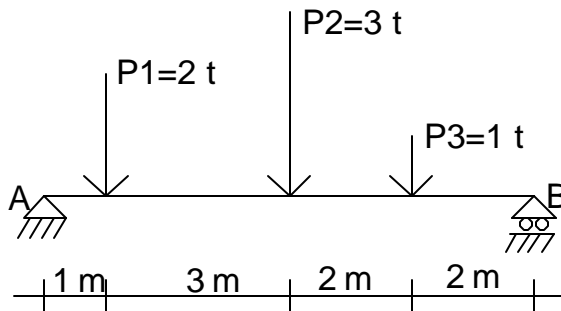
$$M_3 = -cd.H = +0,6.5 = +3 \text{ t}$$

$$M_R = +ad.H = +0,4.5 = +2 \text{ tm}$$

Cara analitis / hitungan :

$$\begin{aligned} \text{Momen gaya terhadap titik Q : } MQ &= -P_1.2m + P_2.1m + P_3.3m \\ &= -2t.2m + 3t.1m + 1t.3m \\ &= -4tm + 3tm + 3tm \\ &= +2 \text{ tm.} \end{aligned}$$

Apabila gaya P1, P2 dan P3 sejajar terletak di atas gelagar dengan tumpuan sendi dan rol seperti gambar.

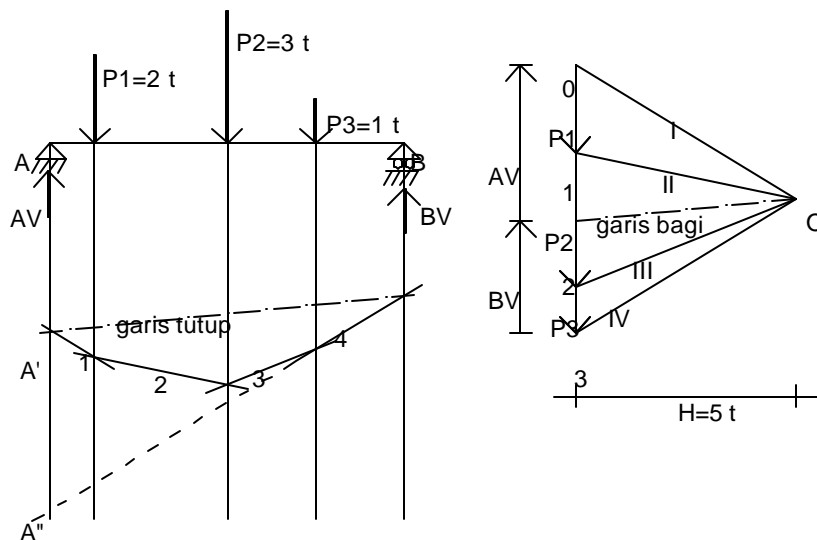


a) cara grafis :

Untuk menghitung besar momen-momen terhadap tumpuan A maupun terhadap tumpuan B dengan bantuan lukisan segi banyak batang dan dengan lukisan kutub.

Skala gaya : 1 cm = 1 t

Skala panjang : 1 cm = 1 m



Jumlah momen gaya-gaya P1,P2 dan P3 terhadap titik tumpuan A adalah  $M = +A'A'' \cdot H = +4.5 = +20 \text{ tm}$ .

Bila melalui titik kutub O dibuat garis sejajar dengan garis tutup maka didapat garis bagi O4, yang membagi R menjadi AV dan BV dimana besar AV = 3,5 t dan BV = 2,5 t.

Momen gaya RB terhadap titik A ialah  $M = -A'' \cdot A' \cdot H = -4.5 = -20 \text{ tm}$ .

Dengan demikian terbukti bahwa dalam keseimbangan berlaku :  $A'A'' \cdot H - A''A' \cdot H = 0$  atau  $\sum MA = 0$

Jadi balok dalam keadaan seimbang, bila segi banyak batang maupun pligon gaya dalam gambar kutub menutup.

b) Cara analitis : jumlah momen gaya-gaya terhadap titik

$$\begin{aligned} A: MA &= P1 \cdot 1m + P2 \cdot 4m + P3 \cdot 6m \\ &= 2 \text{ t} \cdot 1m + 3 \text{ t} \cdot 4m + 1 \text{ t} \cdot 6m \\ &= 2 \text{ tm} + 12 \text{ tm} + 6 \text{ tm} \\ &= 20 \text{ ton} \end{aligned}$$

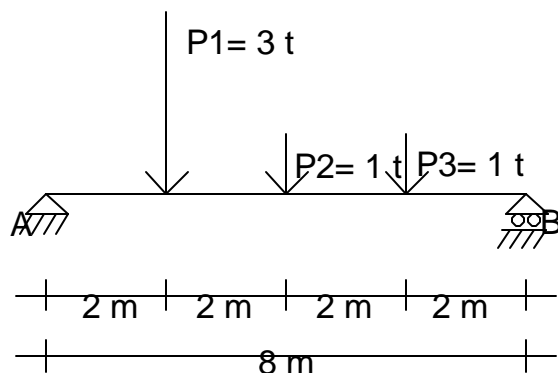
Momen gaya BV terhadap titik A ialah :

$$\begin{aligned} MA &= -BV \cdot 8 \text{ m} \\ &= -2,5 \text{ t} \cdot 8 \text{ m} \\ &= -20 \text{ tm} \end{aligned}$$

Dengan demikian terbukti bahwa dalam keseimbangan berlaku :  $\sum MA = 0$ .

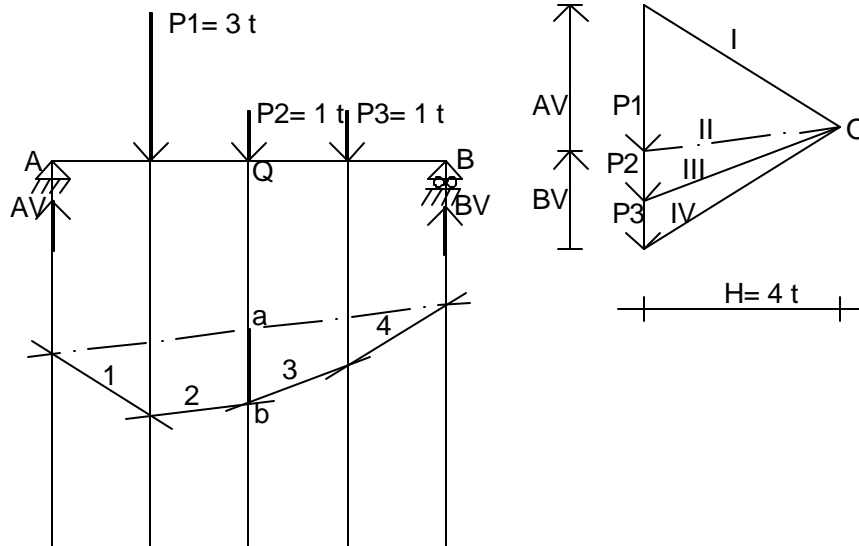
Contoh : diketahui sebuah gelagar panjang 8 m terletak di atas tumpuan sendi A dan rol B, padanya bekerja gaya-gaya P1, P2, P3 seperti gambar di bawah. Tentukan besar momen gaya-gaya pada titik Q dengan cara :

- Grafis
- Analitis



Penyelesaian :

- a). Grafis : skala gaya : 1 cm = 1 t.  
 skala panjang : 1 cm = 1 m



$$AV = 3 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ t}}{1 \text{ cm}} = 3 \text{ t} \quad ab = 1,5 \text{ cm} = 2,5$$

$$BV = 2 \text{ cm} \times \frac{1 \text{ t}}{1 \text{ cm}} = 2 \text{ t} \quad H = 4 \text{ cm} = 4 \text{ t}$$

Jadi besar MQ = + ab.H  
 = +1,5 m.4 t.  
 = +6 tm

- c) analitis

Perhitungan reaksi tumpuan A dan B :

$$\sum MA = 0$$

$$P1.2m + P2.4m + P3.6m - BV.8m = 0$$

$$3t.2m + 1t.4m + 1t.6m - BV.8m = 0$$

$$6 \text{ cm} + 4 \text{ tm} + 6 \text{ tm} - BV.8m = 0$$

$$16 \text{ tm} - BV.8m = 0$$

$$BV = \frac{-16 \text{ tm}}{-8m}$$

$$BV = 2 \text{ t.}$$

$$\sum MB = 0$$

$$AV.8m - P1.6m - P2.4m - P3.2m = 0$$

$$AV.8m - 3t.6m - 1t.4m - 1t.2m = 0$$

$$AV.8m - 18 \text{ tm} - 4 \text{ tm} - 2 \text{ tm} = 0$$

$$AV.8m - 24 \text{ tm} = 0$$

$$AV.8m = 24 \text{ tm}$$

$$AV = \frac{24 \text{ tm}}{8m}$$



$$AV = 3 \text{ t.}$$

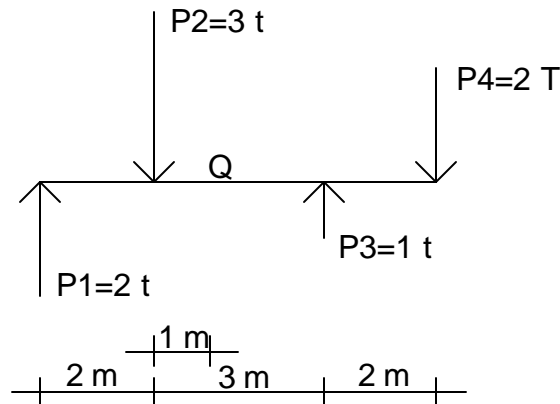
Jadi momen gaya-gaya pada titik Q adalah :

$$\begin{aligned} MQ &= AV \cdot H_m - P_1 \cdot 2m \\ &= 3 \text{ t} \cdot 4m - 3 \text{ t} \cdot 2m \\ &= 12 \text{ tm} - 6 \text{ tm} \\ &= 6 \text{ tm} \end{aligned}$$

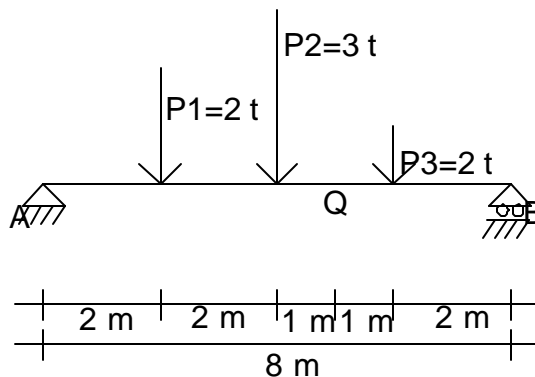
### 3. LEMBAR LATIHAN

- **Soal-soal dan Tugas Siswa**

1. Tentukan momen gaya-gaya sejajar P1, P2, P3 dan P4 terhadap titik Q sebagai pusat momen yang terletak pada jarak 1 m dari P2 (lihat gambar), dikerjakan secara grafis dan analitis.



2. Tentukanlah momen gaya-gaya sejajar P1, P2, P3 pada Q yang terletak di atas gelagar dengan panjang 8 m di mana gelagar ditumpu sendi A dan rol B (lihat gambar).



Kerjakan dengan cara :

- a) grafis
- b) analitis

- **Petunjuk Penilaian**

No	Aspek	Indikator	Skor maks	Skor Yang dicapai	Ket
1	Soal No.1	a. Grafis b. Analitis	20 30		
2	Soal No.2	a. Grafis b. Analitis	20 30		
Jumlah Skor Maksimal			100		
Syarat Skor Minimal Lulus			70		
Jumlah Skor Yang Dapat Dicapai					
Kesimpulan				LULUS / TIDAK LULUS	

## KEGIATAN BELAJAR 2:

### Penentuan Titik Berat Penampang

#### 1. TUJUAN

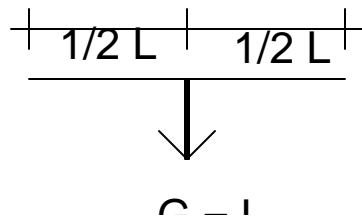
Setelah selsai mengikuti kegiatan belajar ini diharapkan peserta diklat :

- Mampu menguasai pengertian titik berat.
- Mampu menghitung dan menentukan titik berat penampang.

#### 2. PENGETAHUAN

Titik berat adalah merupakan tempat (titik pusat) dari gaya berat suatu garis, bidang datar atau benda akibat grafitasi bumi.

Titik berat sebuah garis lurus serba sama (homogen) terletak ditengah-tengahnya. Sebagai pengganti gaya bulat sebuah garis materi serba sama ialah panjang garis itu.



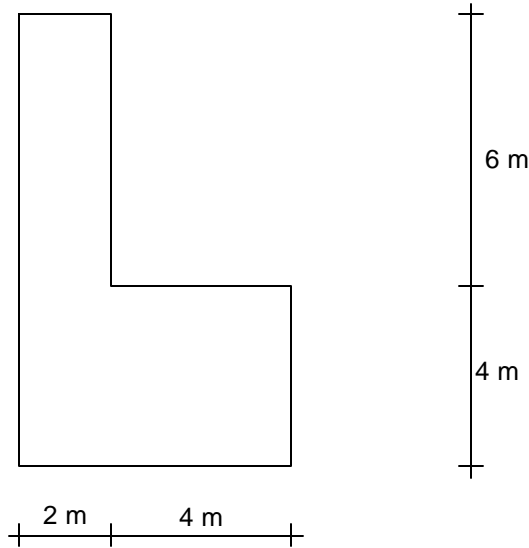
Titik berat bangun-bangun bidang datar yang teratur letak titik beratnya ditentukan menurut bentuk penampang dari bangun bidang datar seperti gambar berikut :

Bentuk	Gambar	Letak Titik Berat ( $z$ )
1. Bujur sangkar		terletak pada titik potong kedua diagonalnya
2. Empat persegi panjang		terletak pada titik potong kedua diagonalnya
3. Segitiga		terletak pada titik potong garis beratnya
4. Lingkaran		Terletak di pusat lingkaran
5. Setengah Lingkaran		$Mz = \frac{4R}{3\pi} = 0,4244 R$

Untuk menentukan letak titik berat suatu penampang kita menggunakan pertolongan sumbu koordinat X dan Y.

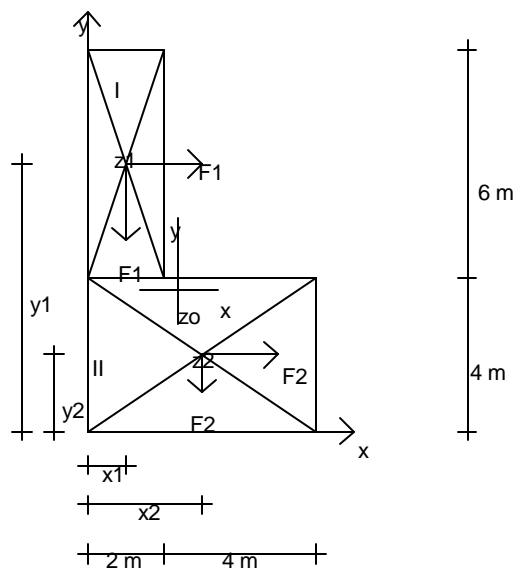
**Contoh 1:**

Diketahui sebuah bangun datar seperti gambar di bawah. Tentukan letak titik berat penampang dengan cara grafis dan analitis.



**Penyelesaian :**

- a. Analitis : Untuk memudahkan dalam perhitungan maka penampang tersebut dibagi menjadi dua bagian, sehingga luas penampang dan letak titik berat dari tiga-tiga penampang dapat ditentukan. Letakkan sumbu koordinat pada sisi paling kiri dan paling bawah dapat gambar.



Perhitungan :

Bagian I : luas  $F_1 = 2 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 12 \text{ m}^2$

Bagian II : luas  $F_2 = 4 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$

Jumlah  $\Sigma F = 36 \text{ m}^2$

Ordinat masing-masing titik berat penampang :

$X_1 = 1 \text{ m}$                        $Y_1 = 7 \text{ m}$

$X_2 = 3 \text{ m}$                        $Y_2 = 2 \text{ m}$

Untuk menentukan titik berat  $Z_0$ ; dengan menggunakan statis momen luas terhadap sumbu X dan terhadap sumbu Y.

$$X = \frac{F_1 \cdot X_1 + F_2 \cdot X_2}{\Sigma F}$$

$$X = \frac{12 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m} + 24 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m}}{36 \text{ m}^2}$$

$$X = \frac{12 \text{ m}^3 + 72 \text{ m}^3}{36 \text{ m}^2}$$

$$X = \frac{84 \text{ m}^3}{36 \text{ m}^2}$$

$$X = 2,333 \text{ m}$$

$$Y = \frac{F_1 Y_1 + F_2 \cdot Y_2}{\Sigma F}$$

$$Y = \frac{12 \text{ m}^2 \cdot 7 \text{ m} + 24 \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m}}{36 \text{ m}^2}$$

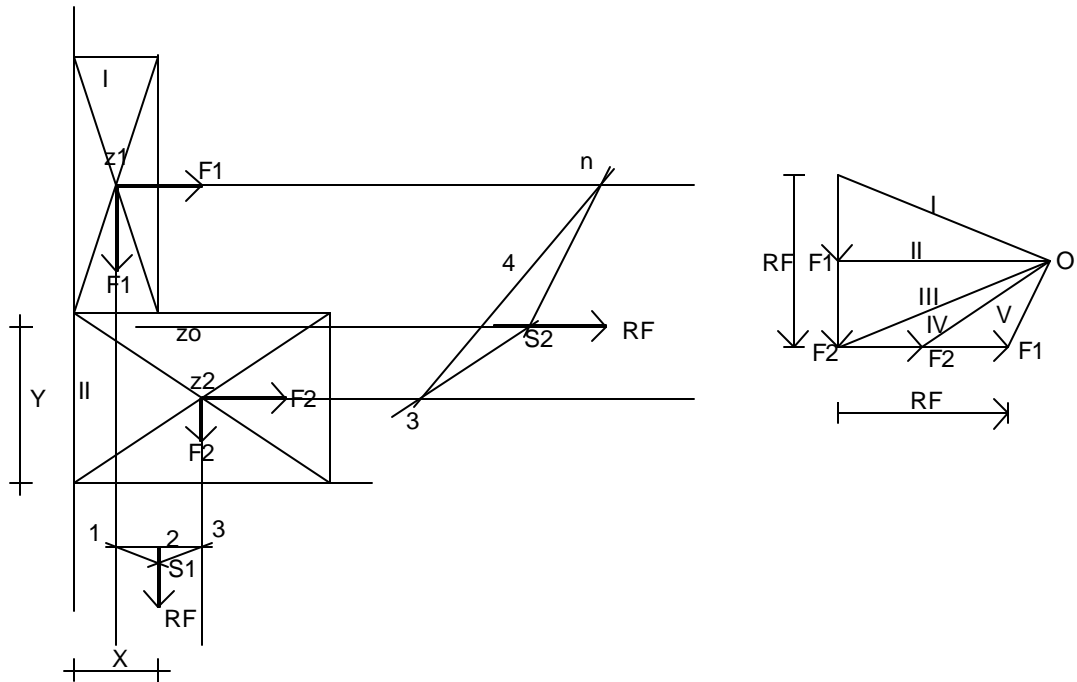
$$Y = \frac{84 \text{ m}^3 + 48 \text{ m}^3}{36 \text{ m}^2}$$

$$Y = \frac{132 \text{ m}^3}{36 \text{ m}^2}$$

$$Y = 3,667 \text{ m}$$

Jadi letak titik berat  $Z_0$  (2,333;3,667) m.

- b. Grafis : skala gambar 1 cm : 2m  
skala luas (F). 1 cm = 6 m<sup>2</sup>



Letak titik berat penampang Z0 :  $X = 1,15 \text{ m} + \frac{2 \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 2,3 \text{ m}$

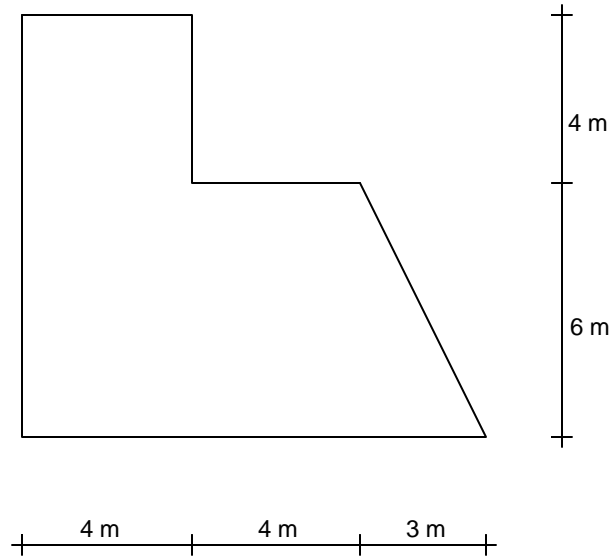
$Y = 1,85 \text{ cm} + \frac{2 \text{ m}}{1 \text{ cm}} = 3,7 \text{ m}$

Langkah-langkah penyelesaian grafis :

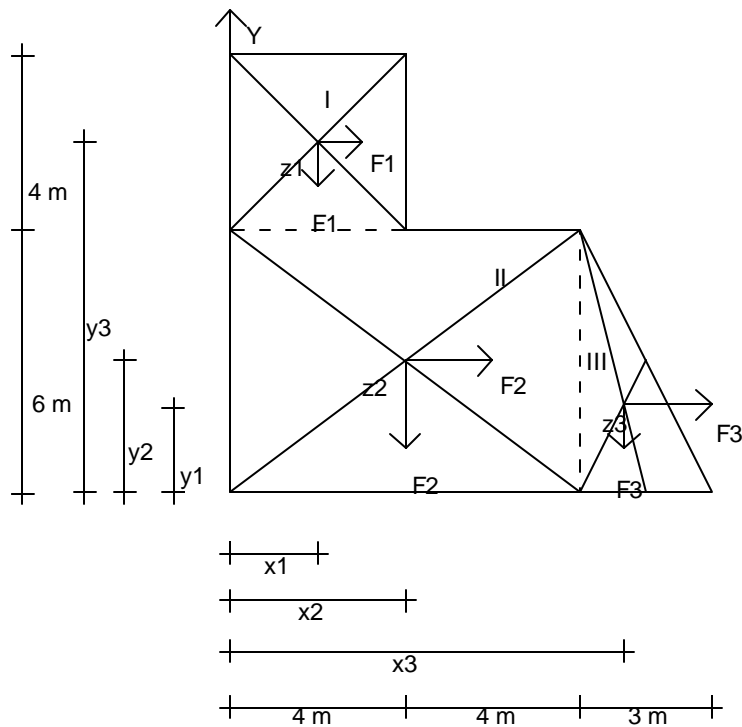
1. Gambar bidang datar dengan skala gambar yang ditetapkan.
2. Gambar resultan gaya-gaya  $F_1$ ,  $F_2$  ( $RF$ ).
3. Tentukan titik kutub  $O$  dan jari-jari kutub I, II, III, IV dan V.
4. Perpanjang garis kerja kuadran  $F_1$  dan  $F_2$  kemudian pindahkan jari-jari kutub [ada gambar sehingga memotong garis kerja  $F_1$  dan  $F_2$ .
5. Perpanjang jari-jari jkutub yang pertama dengan yang terakhir dalam satu lukisan segi banyak batang adalah titik  $S$  di mana titik  $S$  adalah titik yang dilalui resultan  $RF$ .
6. Gari kerja  $R$  yang pertama dengan  $R$  yang kedua berpotongan, maka titik potong itulah letak titik berat bidang datar  $Z_0$ .

**Contoh 2 :**

Diketahui sebuah bangun berbentuk bidang datar seperti gambar di bawah. Tentukan letak titik berat  $Z_0$  dengan cara analitis.



**Penyelesaian :**



Penampang kita bagi menjadi tiga bagian yaitu I, II dan III.

Perhitungan :

$$\begin{aligned} \text{Bagian I : luas } F1 &= 4 \text{ m} \times 4 \text{ m} = 16 \text{ m}^2 \\ \text{Luas } F2 &= 8 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 48 \text{ m}^2 \\ \text{Luas } F3 &: \frac{1}{2} \times 3 \text{ m} \times 6 \text{ m} = 9 \text{ m}^2 \\ \Sigma F &= 73 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

Ordinat masing-masing titik berat penampang :

$$\begin{aligned} X1 &= 2 \text{ m} & Y1 &= 8 \text{ m} \\ X2 &= 4 \text{ m} & Y2 &= 3 \text{ m} \\ X3 &= 9 \text{ m} & Y3 &= 2 \text{ m} \end{aligned}$$

Letak titik berat penampang  $Z_o$  :

Statis momen luas terhadap sumbu X dan sumbu Y adalah sebagai berikut :

$$X = \frac{F1 \cdot X1 + F2 \cdot X2 + F3 \cdot X3}{\Sigma F}$$

$$X = \frac{16 \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m} + 48 \text{ m}^2 \cdot 4 \text{ m} + 9 \text{ m}^2 \cdot 9 \text{ m}}{73 \text{ m}^2}$$

$$X = \frac{32 \text{ m}^3 + 192 \text{ m}^3 + 81 \text{ m}^3}{73 \text{ m}^2}$$

$$X = \frac{305 \text{ m}^3}{73 \text{ m}^2}$$

$$X = 4,178 \text{ m}$$

$$Y = \frac{F1 \cdot Y1 + F2 \cdot Y2 + F3 \cdot Y3}{\Sigma F}$$

$$Y = \frac{16 \text{ m}^2 \cdot 8 \text{ m} + 48 \text{ m}^2 \cdot 3 \text{ m} + 9 \text{ m}^2 \cdot 2 \text{ m}}{73 \text{ m}^2}$$

$$Y = \frac{128 \text{ m}^3 + 144 \text{ m}^3 + 18 \text{ m}^3}{73 \text{ m}^2}$$

$$Y = \frac{290 \text{ m}^3}{73 \text{ m}^2}$$

$$Y = 4,109 \text{ m}$$

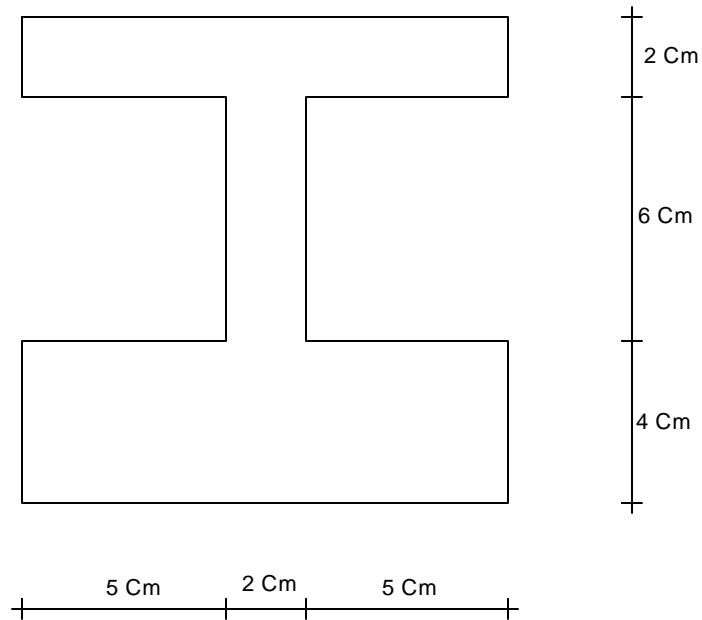
Jadi titik berat penampang  $Z_o$  (4,178;4,109) m.

### 3. Lembar Latihan

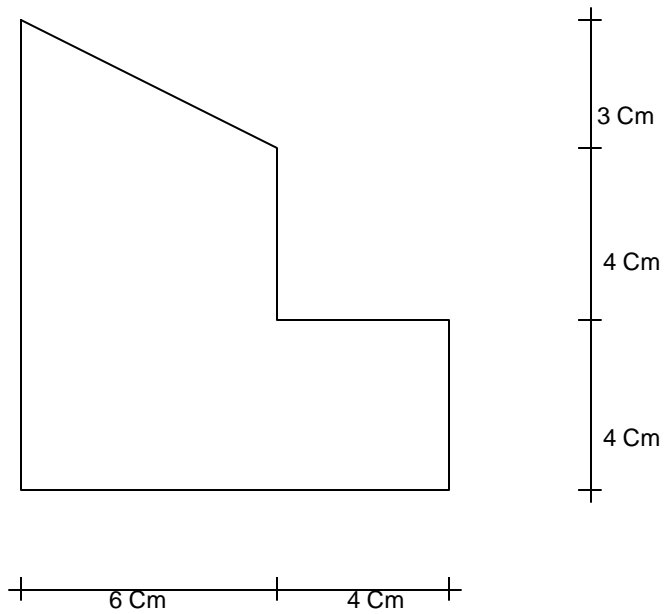
- **Soal-soal dan Tugas Siswa**

1. Diketahui sebuah bangunan berbentuk bidang datar seperti gambar di bawah. Tentukan letak titik berat  $Z_o$  dengan cara :
  - a. Grafis
  - b. Analitis





2. Diketahui sebuah bangun berbentuk bidang datar seperti gambar di bawah. Tentukan letak titik berat  $Z_o$  dengan cara
- Grafis
  - Analitis



- **Petunjuk Penilaian**

No	Aspek	Indikator	Skor maks	Skor Yang dicapai	Ket
1	Soal No.1	c. Grafis d. Analitis	20 30		
2	Soal No.2	a. Grafis b. Analitis	20 30		
Jumlah Skor Maksimal			100		
Syarat Skor Minimal Lulus			70		
Jumlah Skor Yang Dapat Dicapai					
Kesimpulan				LULUS / TIDAK LULUS	

## KEGIATAN BELAJAR 3:

### Momen Inersia / Momen Kelembaman

#### 1. TUJUAN

Setelah selesai mengikuti kegiatan belajar ini diharapkan peserta diklat :

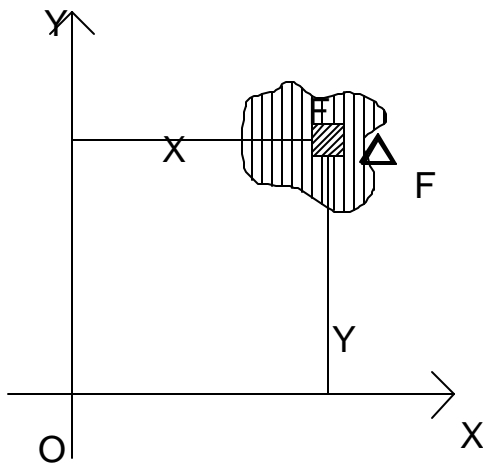
- Mampu menguasai pengertian momen inersia
- Mampu menghitung momen inersia terhadap garis sumbu.

#### 2. PENGETAHUAN

Momen inersia adalah suatu sifat kekakuan yang ditimbulkan dari hasil perkalian luas penampang dengan kwadrat jarak ke suatu garis lurus atau sumbu.

Momen inersia atau momen kelembaman ini dibutuhkan dalam perhitungan-perhitungan lenturan, puntiran dan tekukan.

Momen inersia di dalam perhitungan diberi dengan harus I, jika terhadap sumbu X maka diberi sumbul  $I_x$  dan jika terhadap sumbu Y diberi simbol  $I_y$ .



Jadi momen inersia terhadap sumbu x :  $\Delta I_x = \Delta F \cdot Y^2$

Begitu juga terhadap sumbu Y :  $\Delta I_y = \Delta F \cdot X^2$

Di mana :  $F$  = luas seluruh bidang .

$\Delta F$  = bagian kecil luas suatu bidang.

Apabila luas bidang ( $F$ ) dibagi-bagi menjadi  $\Delta F_1$ ,  $\Delta F_2$ ,  $\Delta F_3$  dan seterusnya dan jarak masing-masing bagian ke sumbu X adalah  $Y_1, Y_2, Y_3$  dan seterusnya begitu pula jarak masing-masing bagian ke sumbu Y adalah  $X_1, X_2, X_3$  dan seterusnya maka besar momen inersia adalah sebagai berikut :

Terhadap sumbu X :  $I_x = \Delta F_1 \cdot Y_1^2 + \Delta F_2 \cdot Y_2^2 + \dots + \Delta F_n \cdot Y_n^2$

Terhadap sumbu Y :  $I_y = \Delta F_1 \cdot X_1^2 + \Delta F_2 \cdot X_2^2 + \dots + \Delta F_n \cdot X_n^2$

Di mana  $I_x$  dan  $I_y$  dalam  $\text{cm}^4$

X dan Y dalam cm

$\Delta F$  dalam  $\text{cm}^2$

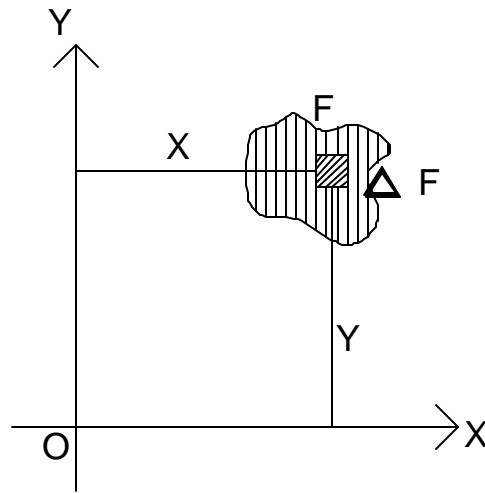
Karena karak  $X$  maupun  $Y$  berpangkat maka hasil momen kelembaman selalu positif, pada perhitungan tekukan kita memasukkan arti jari-jari kelembaman ( $i$ ).

$$I = F \cdot i^2 \text{ atau } i = \sqrt{\frac{I}{F}}$$

Di mana  $i$  = jari-jari kelembaman,  $I$  dalam satuan  $\text{cm}^4$ .

Ada dua momen inersia :

- a. Momen kelembaman linier yaitu momen kelembaman terhadap suatu garis lurus atau sumbu.

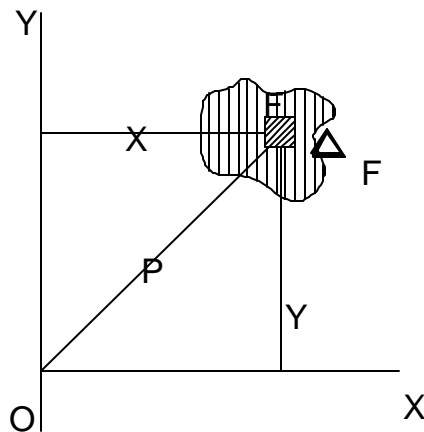


$$I_x = \Delta F \cdot X^2$$

$$I_y = \Delta F \cdot Y^2$$

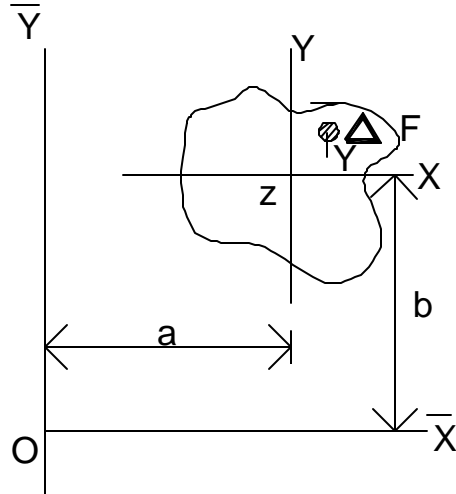
- b. Momen kelembaman Poler yaitu momen kelembaman terhadap suatu titik perpotongan dua garis lurus/sumbu (titik kutub O).

Dengan kata lain bahwa momen kelembaman Poler adalah jumlah momen kelembaman linier terhadap sumbu  $X$  dan terhadap sumbu  $Y$ .



$$I_p = I_x + I_y.$$

Dalil pergeseran sumbu Z/Y :



$a$  dan  $b$  ialah jarak geser dari sumbu  $x$  ke  $\bar{x}$  dan dari  $y$  ke  $\bar{y}$  sehingga besar momen inersia / kelembaman terhadap sumbu  $x/y$  menjadi :

$$I_x = I_{2,x} + Fb^2$$

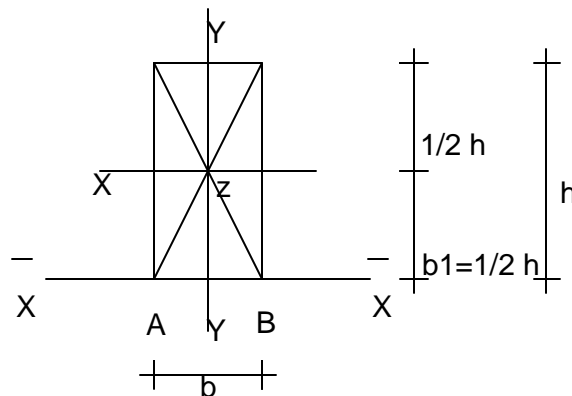
$$I_y = I_{2,y} + Fa^2$$

$I_{2,x}$  dan  $I_{2,y}$  disebut bilangan asal, sedang  $Fa^2$  dan  $Fb^2$  disebut bilangan koreksi (momen koreksi).

Dalam modul ini tidak dibahas tentang menemukan rumus-rumus momen inersia/kelembaman sebab biasanya para teknisi bangunan cukup dengan menggunakan rumus dalam perhitungan

Momen inersia / kelembaman untuk beberapa penampang :

a. Momen kelembaman bentuk empat persegi panjang



Momen inersia terhadap sumbu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang  $z$  adalah  $I_{zx}$  atau  $I_x = 1/12 \cdot b \cdot h^3$

$$I_{zy} \text{ atau } I_y = 1/12 \cdot h \cdot b^3$$

Momen inersia terhadap sumbu x adalah :

$$\begin{aligned} I_x &= I_{zx} + Fb^2 \\ &= 1/12 b \cdot h^3 + b \cdot h \cdot b^2 \\ &= 1/12 bh^3 + b \cdot h(1/2b)^2 \\ &= 1/12bh^3 + 1/4hb^3 \end{aligned}$$

$$I_x = 1/3 bh^3$$

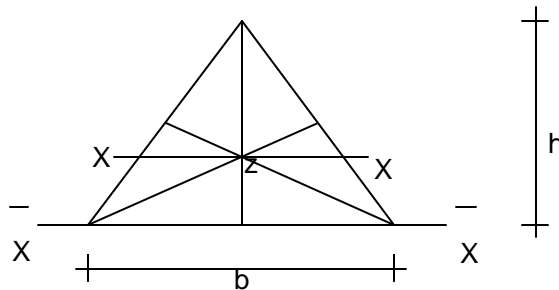
Momen inersia terhadap sumbu y adalah :

$$\begin{aligned} I_y &= I_{zy} + Fa^2 \\ &= 1/12 \cdot hb^3 + Fa^2 \\ &= 1/12 hb^3 + b \cdot h(1/2b)^2 \\ &= 1/12hb^3 + 1/4hb^3 \end{aligned}$$

$$I_y = 1/3hb^3$$

Jadi secara umum bila sumbu x atau y tidak melalui titik berat z maka momen inersia terhadap sumbu x atau y harus diperhitungkan pula terhadap momen kelembaman koreksi.

b. Momen kelembaman bentuk segi tiga



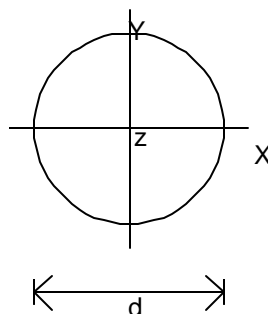
Momen inersia terhadap sumbu x yang melalui titik berat penampang z.

$$I_x \text{ atau } I_{zx} = 1/36 b \cdot h^3$$

Momen inersia terhadap sumbu x yang melalui puncak segitiga adalah  $I_x$

$$= 1/4b \cdot h^3$$

c. Momen Kelembaman bentuk lingkaran



Momen inersia / kelembaman terhadap sumbu x yang melalui titik berat/titik pusat lingkaran adalah  $I_x = I_2 = \frac{1}{64} d^4$

Untuk perhitungan konstruksi bangunan  $\frac{1}{64} \sim \frac{1}{20}$  sehingga  $I_x = I_2 = \frac{1}{20} d^4$

Untuk penampang lingkaran ini sering digunakan untuk poros berputar ataupun konstruksi yang mengalami torsi. Untuk hal ini momen inersia yang digunakan dalam perhitungan adalah momen inersia/kelembaman polar.

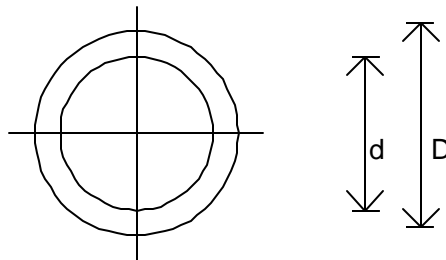
$I_p = I_x + I_y$  sehingga

$$I_p = \frac{1}{20} d^4 + \frac{1}{20} d^4$$

$$I_p = \frac{1}{10} d^4 \text{ atau}$$

$$I_p = 0,1 d^4$$

d. Momen kelembaman bentuk cincin



Dianggap tidak berlubang :  $I_{p1} = 0,1 D^4$

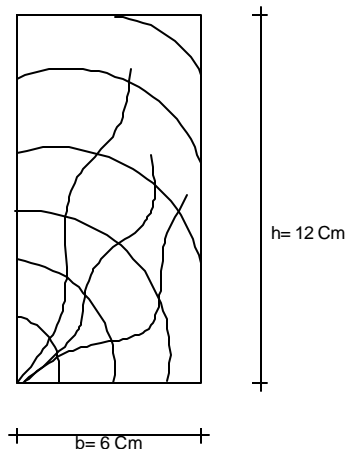
Lubangnya saja :  $I_{p2} = 0,1 d^4$

Sehingga  $I_p = 0,1 D^4 - 0,1 d^4$

$$I_p = 0,1 (D^4 - d^4)$$

Contoh 1:

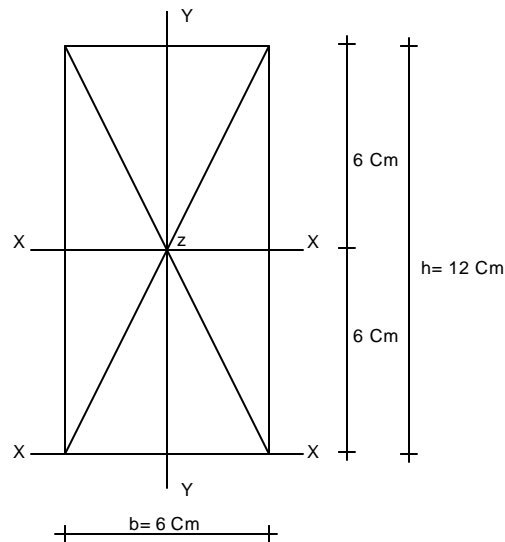
Diketahui suatu penampang berbentuk empat persegi panjang dengan  $b = 6 \text{ cm}$  dan  $h = 12 \text{ cm}$  (lihat gambar)



Pertanyaan :

- Hitunglah momen kelembaman  $I_x$  dan  $I_y$  terhadap sumbu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang.
- Hitung momen kelembaman  $I_x$  terhadap sumbu  $x$  yaitu melalui sisi alas penampang.

Penyelesaian :



$$\begin{aligned} \text{Momen inersia terhadap sumbu } x \text{ adalah : } I_x &= 1/12 \cdot b \cdot h^3 \\ &= 1/12 \cdot 6 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^3 \\ &= 864 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Momen inersia terhadap sumbu } y \text{ adalah : } I_y &= 1/12 \cdot h \cdot b^3 \\ &= 1/12 \cdot 12 \text{ cm} \cdot (6 \text{ cm})^3 \\ &= 216 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Momen inersia terhadap sisi alat } x \text{ adalah : } I_x &= 1/3 \cdot b \cdot h^3 \\ &= 1/3 \cdot 6 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^3 \\ &= 3456 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

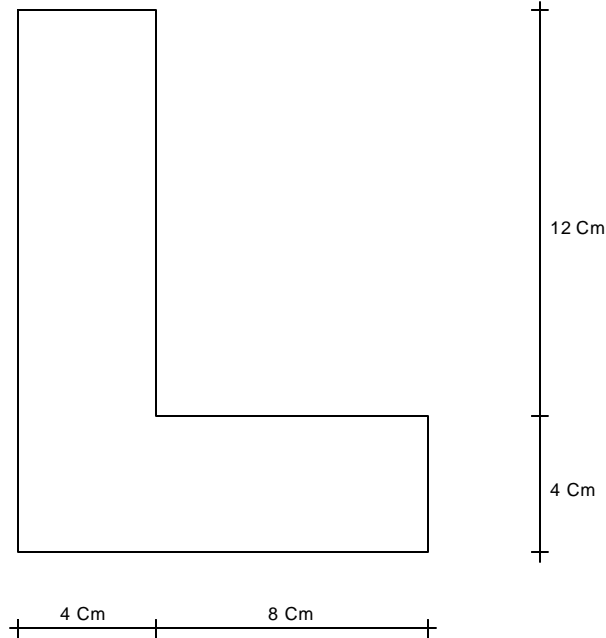
atau dapat dihitung dengan rumus /dalil pergeseran :

$$\begin{aligned} I_x &= I_{z,x} + F \cdot b^2 \\ &= 1/12 \cdot 6 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^3 + 6 \text{ cm} \cdot 12 \text{ cm} \cdot (6 \text{ cm})^2 \\ &= 864 \text{ cm}^4 + 2592 \text{ cm}^4 \\ &= 3456 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$



Contoh 2 :

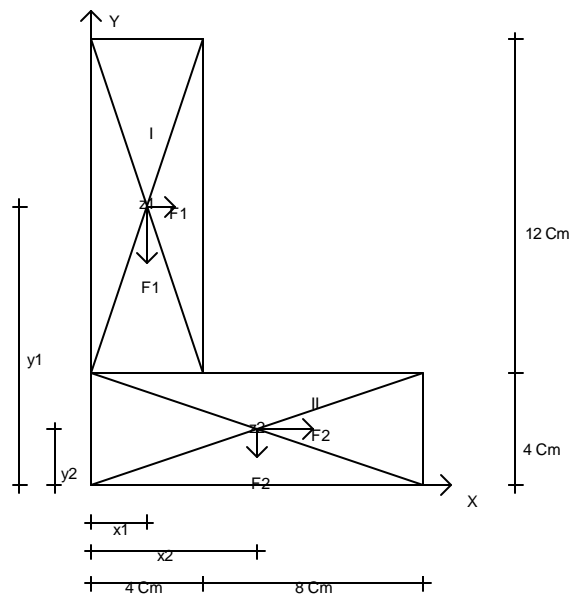
Diketahui suatu penampang profil dengan bentuk dan ukuran seperti gambar di bawah.



Hitunglah momen kelembaman  $I_x$  dan  $I_y$  terhadap suambu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang.

Penyelesaian :

- Menentukan letak titik berat penampang profil, maka penampang profil dibagi menjadi dua bagian.



Bagian I : luas  $F1 = 4 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$

Bagian II : luas  $F2 = 4 \text{ cm} + 12 \text{ cm} = 48 \text{ cm}^2$

$$\Sigma F = 96 \text{ cm}^2$$

Ordinat masing-masing titik berat penampang  $z1/z2$  terhadap sumbu x dan y :

$$X1 = 2 \text{ cm} \quad y1 = 10 \text{ cm}$$

$$X2 = 6 \text{ cm} \quad y2 = 2 \text{ cm}$$

Letak titik berat penampang profil  $z0$  adalah statis momen luas terhadap sumbu x dan sumbu y sebagai berikut :

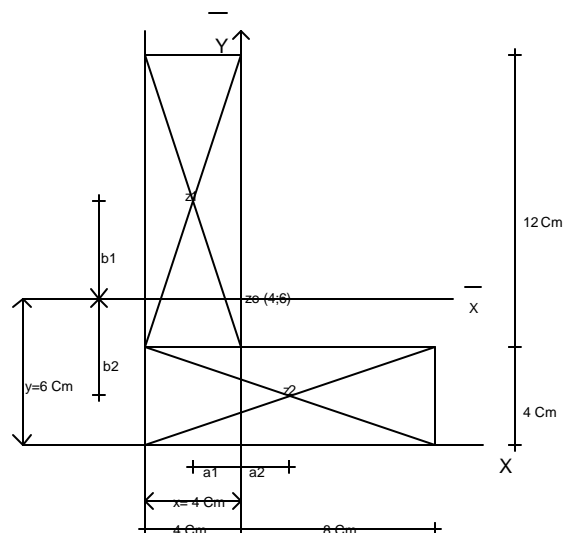
$$\begin{aligned} X &= \frac{F1.X1 + F2.X2}{\Sigma F} \\ &= \frac{48 \text{ cm}^2 \cdot 2 \text{ cm} + 48 \text{ cm}^2 \cdot 6 \text{ cm}}{96 \text{ cm}^2} \\ &= \frac{96 \text{ cm}^3 + 288 \text{ cm}^3}{96 \text{ cm}^2} \end{aligned}$$

$$x = 4 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} Y &= \frac{F1.Y1 + F2.Y2}{\Sigma F} \\ &= \frac{48 \text{ cm}^2 \cdot 10 \text{ cm} + 48 \text{ cm}^2 \cdot 2 \text{ cm}}{96 \text{ cm}^2} \\ &= \frac{480 \text{ cm}^3 + 96 \text{ cm}^3}{96 \text{ cm}^2} \\ &= \frac{576 \text{ cm}^3}{96 \text{ cm}^2} \\ &= 6 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi letak titik berat penampang profil  $Zo$  (4:6) cm.

#### b. Perhitungan momen inersia



Jarak titik berat penampang Z1 dan Z2 terhadap sumbu x dan y :

$$b_1 = 10 \text{ cm} - 6 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$b_2 = 6 \text{ cm} - 2 \text{ cm} = 4 \text{ cm}$$

$$a_1 = 2 \text{ cm}$$

$$a_2 = 6 \text{ cm} - 4 \text{ cm} = 2 \text{ cm}$$

Momen inersia terhadap sumbu x adalah : rumus :

$$I_x = I_{2x} + Fb^2$$

$$I_{x1} = 1/12 \cdot 4 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^3 + 48 \text{ cm}^2 = 576 \text{ cm}^4 + 76 \text{ cm}^4 = 1344 \text{ cm}^4$$

$$I_{x2} = 1/12 \cdot 4 \text{ cm} \cdot (12 \text{ cm})^3 + 48 \text{ cm}^2 (4 \text{ cm})^2 = 64 \text{ cm}^4 + 768 \text{ cm}^4 = 832 \text{ cm}^4$$

$$\text{Jadi } I_x = 2176 \text{ cm}^4$$

Momen inersia terhadap sumbu y adalah : rumus :

$$I_y = I_{2y} + F \cdot a^2$$

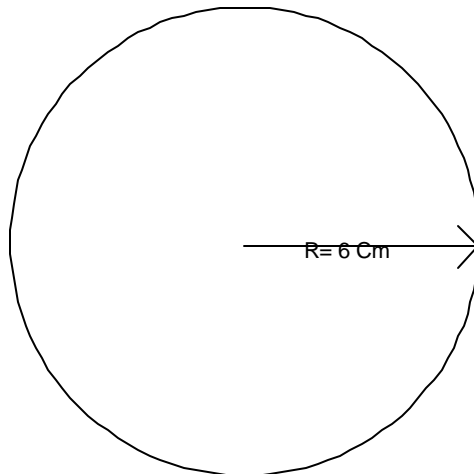
$$I_{y1} = 1/12 \cdot 12 \text{ cm} (4 \text{ cm})^3 + 48 \text{ cm}^2 \cdot (2 \text{ cm})^2 = 64 \text{ cm}^4 + 192 \text{ cm}^4 = 256 \text{ cm}^4$$

$$I_{y2} = 1/12 \cdot 4 \text{ cm} (12 \text{ cm})^3 + 48 \text{ cm}^2 (2 \text{ cm})^2 = 576 \text{ cm}^4 + 192 \text{ cm}^4 = 768 \text{ cm}^4$$

$$\text{Jadi } I_y = 1024 \text{ cm}^4$$

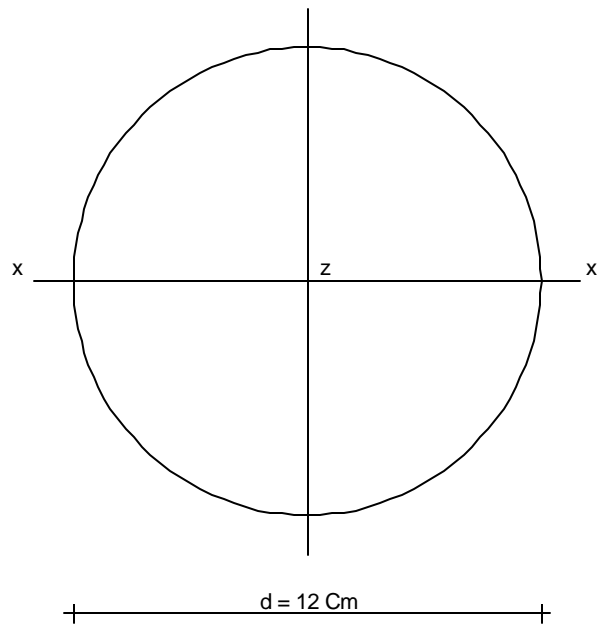
Contoh 3 :

Diketahui suatu penampang profil dengan bentuk dan ukuran seperti gambar di bawah.



- Hitung momen kelembaman  $I_x$  terhadap sumbu x yang melalui titik berat penampang.
- Hitung momen kelembaman polarnya.

Penyelesaian :



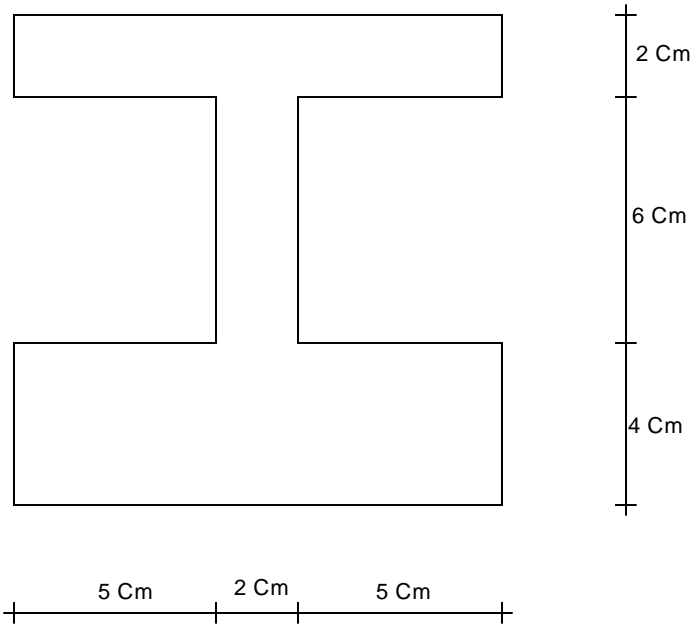
a)  $I_x = \frac{1}{20} d^4$   
 $= \frac{1}{20} \cdot (12 \text{ cm})^4$   
 $= 1036,8 \text{ cm}^4$

b)  $I_p = 0,1 d^4$   
 $= 0,1 \cdot (12 \text{ cm})^4$   
 $= 2073,6 \text{ cm}^4$

### 3. LEMBAR LATIHAN

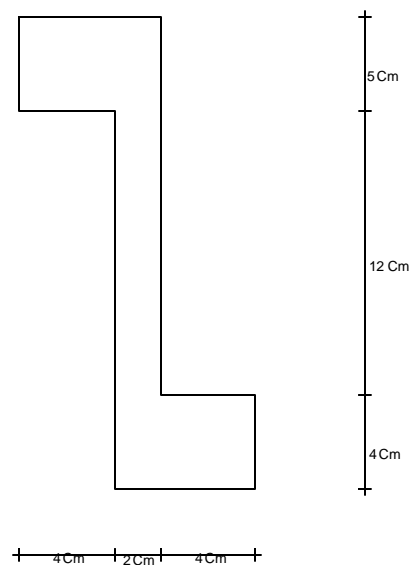
- Soal-Soal Dan Tugas Siswa

1. Diketahui suatu penampang profil dengan bentuk dan ukuran seperti gambar di bawah.



Hitunglah momen kelembaman  $I_x$  dan  $I_y$  terhadap sumbu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang profil.

2. Diketahui suatu penampang profil dengan bentuk dan ukuran seperti gambar di bawah.



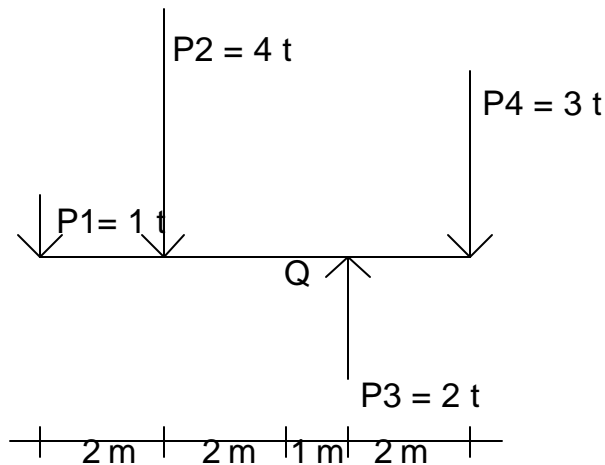
Hitunglah momen kelembaman  $I_x$  dan  $I_y$  terhadap sumbu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang profil.

• **Petunjuk Penilaian**

No	Aspek	Indikator	Skor maks	Skor Yang dicapai	Ket
1	Soal No.1	Terjawab benar	50		
2	Soal No.2	Terjawab benar	50		
Jumlah Skor Maksimal			100		
Syarat Skor Minimal Lulus			70		
Jumlah Skor Yang Dapat Dicapai					
Kesimpulan				LULUS / TIDAK LULUS	

• **LEMBAR EVALUASI**

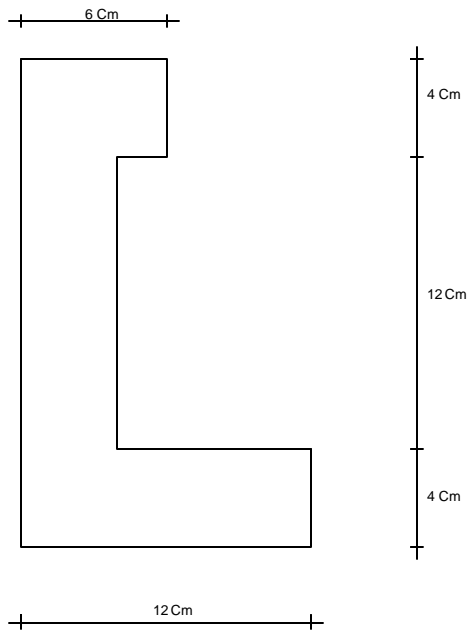
1. Tentukanlah momen gaya-gaya sejajar  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$  dan  $P_4$  terhadap titik  $Q$  sebagai pusat momen yang terletak pada jarak 2 cm dari  $P_2$  (lihat gambar)



Kerjakan dengan cara :

- a. Grafis
- b. Analitis

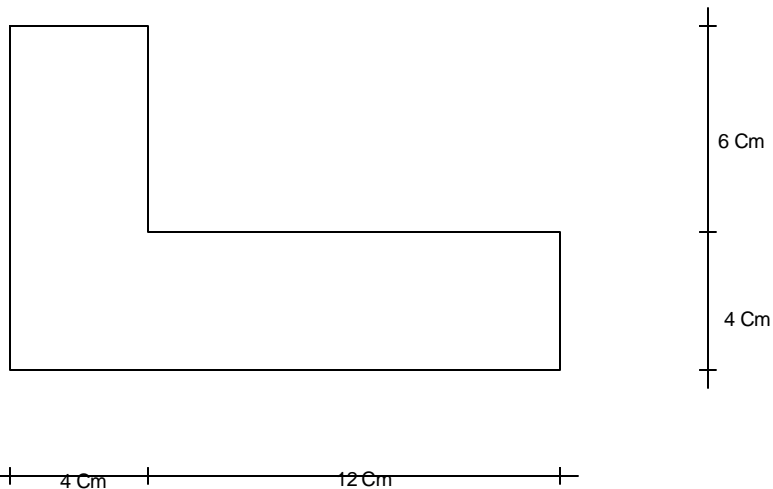
2. Diketahui sebuah bangun berbentuk bidang datar seperti gambar di bawah.



Tentukan letak titik berat  $Z_o$  dengan cara :

- a. Grafis
- b. Analitis

3. Diketahui suatu penampang profil dengan bentuk dan ukuran seperti gambar di bawah ini.



Hitunglah momen kelembaman  $I_x$  dan  $I_y$  terhadap sumbu  $x/y$  yang melalui titik berat penampang profil.

- **Petunjuk Penilaian**

No	Aspek	Indikator	Skor maks	Skor Yang dicapai	Ket
1	Soal No. 1	Terjawab benar	30		
2	Soal No. 2	Terjawab benar	40		
3	Soal No. 3	Terjawab benar	40		
Jumlah Skor Maksimal			100		
Syarat Skor Minimal Lulus			70		
Jumlah Skor Yang Dapat Dicapai					
Kesimpulan				LULUS / TIDAK LULUS	



## LEMBAR KUNCI JAWABAN

Kegiatan belajar 1 :

1. Momen gaya terhadap titik Q :

$$M1 = - 6 \text{ tm}$$

$$M2 = - \text{ tm}$$

$$M3 = - 2 \text{ tm}$$

$$M4 = + 8 \text{ tm}$$

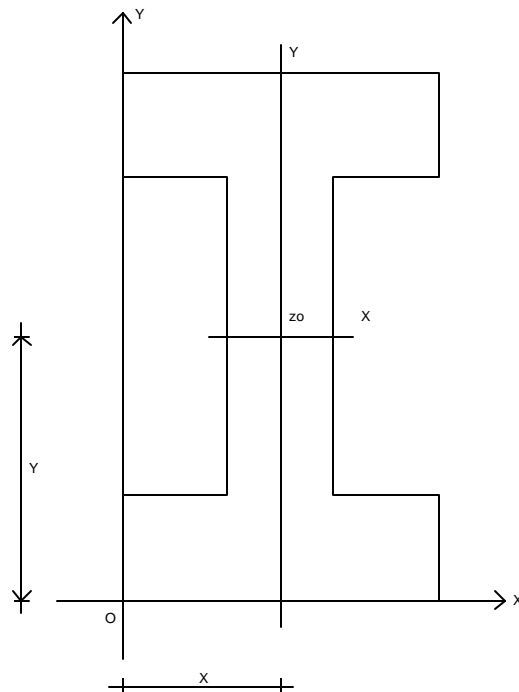
$$MQ = - 3 \text{ tm}$$

2. Momen gaya-gaya pada titik Q :

$$MQ = 7,23 \text{ tm}$$

Kegiatan belajar 2 :

1.

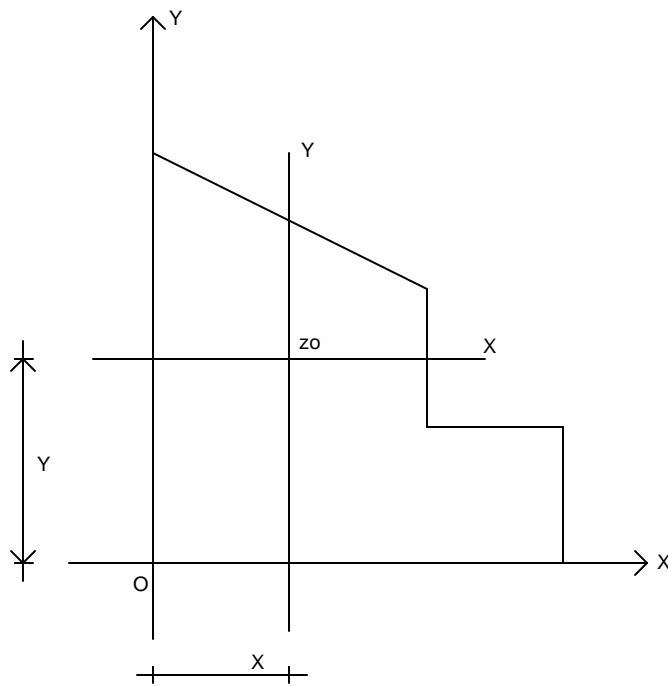


Letak titik berat  $z_o$  terhadap sumbu x/y :

$$X = 6 \text{ cm}$$

$$Y = 5,286 \text{ cm}$$

2.



Letak titik berat  $z_0$  terhadap sumbu  $x/y$  :  
 $X = 3,973 \text{ cm}$   
 $Y = 4,178 \text{ cm}$

Kegiatan Belajar 3 :

1.  $I_x = 1295,6182 \text{ cm}^4$   
 $I_y = 868 \text{ cm}^4$
2.  $I_x = 3424 \text{ cm}^4$   
 $I_y = 352 \text{ cm}^4$

## DAFTAR PUSTAKA

1. Departemen Pendidikan Nasional, Direktorat Pendidikan Menengah Kejuruan, *Kurikulum Edisi 1999*, Jakarta
2. Arief Darmali dan Drs. Ichwan 1979. Ilmu Gaya Teknik Sipil 1, Jakarta : Direktorat PMK, Depdikbud.
3. Drs. Rudolf Purba dan Drs. RAM Noto Sewoyo. 2002. Perhitungan Statika Bangunan. Bandung. Angkasa.
4. Drs. Ermon Paringga dan Drs. Yarni Realita 1994, Mekanika Teknik. Bandung. Angkasa.
5. Hofstreedejge, Kroner PJ dan Baslim Abas, 1982. Ilmu Mekanika Teknik, Jakarta, PT Pradnya Paramita.